PEQUENO ENSAIO SOBRE AS MODALIDADES ALÉTICAS.

L. S. C. de Sampaio

Rio - OUT - 1987

Porque eu amo infinitamente o finito,
Porque eu desejo impossivelmente o possível,
Porque quero tudo, ou um pouco mais, se puder ser,
Ou até se não puder ser...

Fernando Pessoa - Poesias de Álvaro de Campos

não se trata aqui de bons e maus modos, nem de modo maior ou menor, modo grego ou eclesiástico; nem mesmo haverá tempo para os deônticos e epistêmicos; contentem-se, no presente, com os modos aléticos: necessário, possível, impossível e o inter-dito contingente.

O propósito inicial deste pequeno ensaio restringia-se a tentar levantar a discussão em torno das noções modais aléticas - necessidade, possibilidade, etc. - conforme elas aparecem na obra de Juranville, comentador de Lacan. A originalidade do enfoque que este dá às modalidades, está em aberta oposição ao tratamento tradicional ou acadêmico, o que plenamente justifica nossa curiosidade. Este ensaio pode ser considerado um prolongamento de nossos trabalhos anteriores que visavam melhor esclarecer o que vem a ser este ainda estranho território chamado lógica lacaniana ou lógica do significante. Este propósito originário foi preservado, e constituiu o assunto do item 4 deste ensaio, a que demos o título **Modo como modo-de-ser-lógico.** Entrementes, uma série de antigas idéias sobre modalidades se assanharam, e fomos interiormente compelidos a, de alguma forma, pô-las no papel, pois quem sabe, que outra oportunidade haveria? Foi assim que o ensaio, sem pretender a profundidade, ainda menos a extensão, acabou tomando a forma em que ora o apresentamos. Aos não especialistas a leitura dos itens 1, 2 e 3, quanto mais não seja, servirá a familiarizá-los com a esfera das lógicas modais aléticas, o que, sem-dúvida, os deixará melhor armados para compreender e até formar uma visão crítica, sobre o que se irá discutir no item final, que já o dissemos, constitui o principal móvel deste trabalho.

ÍNDICE:

1. Natureza das Modalidades

As lógicas modais resultam do esforço pelo estabelecimento de normas de rigor para o uso de noções como "possibilidade", "necessidade", "contingência", etc.

A qualificação "alética" visa distinguí-la de outras concepções modais ditas temporais, deônticas, epistêmicas, etc.

Hoje, o esforço de rigor tornou-se sinônimo de rigor formal, não só em relação à lógica modal, como em relação à lógica em geral. Assim, a primeira decisão formalizante recai sobre a própria natureza formal que se deve atribuir ao "modo", e a unanimidade dos lógicos opta pela sua identificação a operadores.

Isto querdizer que se M é um modo, e p uma proposição, que pode ser verdadeira ou falsa, então Mp é uma proposição que pode igualmente tomar os valores verdadeiro ou falso. Exemplificando: se N = "é uma necessidade que" e p = "Pedro é brasileiro" pode-se formar a proposição Np = "é uma necessidade que Pedro seja brasileiro". A alteração de "é" para "seja" resulta apenas de um imperativo gramatical sem mexer propriamente no sentido de p.

Além disso, a quase totalidade dos sistemas lógico-modais se apresenta como uma extensão dos sistemas lógicos proposicional e de predicados clássicos. Isto quer dizer que os axiomas de um Cálculo Lógico Modal são formados pela adjunção de uns poucos axiomas especificamente modais (por exemplo $Np \longrightarrow p$: necessidade de p implica p) a um dos conjuntos de axiomas clássicos.

Seriam estas as únicas alternativas? Parece-nos que não.

Em muitos usos das noções modais, o sentido implícito ou intuitivo não é propriamente de operador, mas de valor. Assim, por exemplo, dizer que "p é necessário" pode estar a indicar que p é verdadeiro num grau absoluto ou imperativo, isto é, que p é verdadeiro em grau superlativo. De maneira semelhante, dizendo-se que "p é possível" es

tamos muitas vezes indicando nossa convicção na não falsidade de p, mas que não temos ainda completa certeza de sua veracidade. Neste caso a possibilidade expressaria um grau inferior da verdade, mas certamente superior ao falso.

Como é isto possível? Uma das maneiras de concebê-lo é admitir que existem dois modos de determinação da verdade de uma sentença: um, pela via lógica ou demonstrativa, outro, pela via empírica. Nesta concepção, o "necessário" significaria o verdadeiro por demonstração ou logicamente verdadeiro, e o "possível", o não-logicamente-falso, vale dizer, o logicamente verdadeiro ou o só empiricamente determinável. Primariamente, pois, as modalidades aí apareceriam como "valores de verdade" estendidos e não como operadores tal como geralmente se concebe. Nestas condições, os modos não figurariam nos axiomas mas apenas nas regras de dedução, qualificando as demonstrações. Exemplificando, no caso da regra do "modus ponens", teríamos: Se p é verdade necessária e se p $\longrightarrow$ q é também verdade necessária, então, pode-se afirmar que q é verdadeiro de modo necessário.

Dissemos acima que primariamente os modos poderiam ser concebidos como valores; a expressão "primariamente" foi alí intencionalmente usada para indicar que, em nível secundário, isto é, metalinguístico, eles podem vir a ser considerados como operadores modais.

Mas não é tudo. Juranville comentando Lacan deixam-nos entrever uma terceira opção. Este autor não faz uma identificação explícita de Lógicas e Modos, mas o faz entre "Matemas" e Modos. Aconte que nós, em "A Lógica 'Lacaniana'" procedemos à identificação dos "Matemas" às quatro lógicas de base, de tal sorte que, por óbvia transitividade, chegamos àquela identificação de Lógicas e Modos. Isto é absolutamente novo. Os modos não seriam aí nem valores generalizados, nem operações, mas sim modos-de-ser-lógico. Em princípio, pois, teríamos três maneiras alternativas de visar as modalidades: como valor, como operador e como modo-de-ser-lógico, tal como ilustra a figura .

LÓGICAS MODAIS ALÉTICAS

FIGURA

Ainda com respeito à concepção operatória não podemo-nos furtar a um sério reparo. Dissemos que a quase totalidade dos sistemas formalmente propostos constituem uma extensão da lógica clássica, tanto proposicional, quanto do predicado. Mas isto faz sentido? A nosso juízo, não. Parece-nos que de maneira implícita, mas não tanto, a essência da modalidade contém precisamente a negação do terço excluso, em especial, a "possibilidade" e a "contingência". A lógica modal entendida como extensão da lógica clássica, se nos afigura um certo contrasenso, que mesmo a semântica kripkiana não resolve, e apenas desloca. Assim, na figura antes mencionada, abrimos a concepção operatória em duas variantes: as tradicionais, que são as lógicas modais concebidas como extensões de lógica clássica e as não-tradicionais, que coerentemente, as concebem como extensões das lógicas da diferença para-completa e para-consistente.

2. MODO COMO VALOR

Uma atenta escuta da linguagem corrente não pode deixar dúvidas quanto a ambiguidade semântica no uso dos modos aléticos (necessidade, possibilidade, etc.). Embora a unanimidade dos autores acadêmicos os interprete como operadores (vale dizer, que a aplicação de um modo X a uma proposição p gera uma mova proposição Xp), nós acreditamos também na validade de uma interpretação em termos de valor. Assim, proposições do tipo "é necessário p" poderiam ser tomadas como assemelhadas a "é verdade P", o que sugere que, tanto "é necessário", quanto "é verdade", constituiriam manifestações de avaliações metalinguísticas. Na visão operatória está implícito que p e Xp pertencem a um único nível lingístico. No caso dos modos como valor, o entendimento seria que, ora o locutor se expressa na linguagem L, dizendo p, ora na metalinguagem ML, dizendo Xp. Desta maneira, X seria um operador em relação a ML, mas não em relação a L, na qual os modos teriam o mesmo papel que os valores V e F, o que, obviamente, implicaria numa multiplicação de valores.

É isso justificável? Pensamos que sim, que a própria noção de modalidade trâz em si a negação, em maior ou menor grau, do dualismo de valores.
Como, então, seria possível pensar esta multiplicação de valores? Nossa sugestão aqui, - não necessariamente a única alternativa - é que o "split" de valores se dê pela introdução de modos diferenciados de determinação dos valores de verdade. Vejamos.

Admitiremos duas maneiras essenciais de acesso à verdade, uma lógica (sintática, analítica, a priori, etc.), e outra empírica (semântica, sintética, a posteriri, etc.), e que designaremos, respectivamente, pór L e E. Com os dois valores de verdade tradicionais verdadeiro (V) e falso (F) geramos, pois, quatro valores de verdade estendidos, tal como se vê a seguir:

	V	F
L	LV	LF
E	EV	EF

Dispondo agora destes quatro valores estendidos, podemos definir a tabela de negação correspondente. Faremos isso apenas negando a parte referente ao valor de verdade; por exmplo, se o valor de p é EF, então o valor de $\bar{p}$ será EV. A definição dos conectivos lógicos pode ser feita de maneira bem simples. Tomemos, para começar, a conjunção e a disjunção. Preliminarmente atribuimos pesos aos quatro valores estendidos, de forma que $p(LF)<p(EF)<p(EV)<p(LV)$; não importa o valor absoluto destes pesos. A conjunção ($\wedge$) e a disjunção ($\vee$) serão definidas respectivamente, pela determinação do mínimo e do máximo dos valores em jogo. Assim, para x e y, $x \wedge y$ será igual a x se $p(x) < p(y)$, ou será y no caso $p(x) \geq p(y)$. Na disjunção, $x \vee y$ será igual a x se $p(x) > p(y)$, ou y, no caso contrário.
As tabelas para os demais conectivos lógicos seriam estabelecidas conforme as definições clássicas. Por exemplo:

$a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$, $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$, etc.

Apresentamos a seguir as tabelas para os conectivos lógicos mais usuais, a saber, conjunção, disjunção, implicação e equivalência, além da operação monádica de negação:

TABELAS DE "VERDADE" PARA "VALORES MODALIZADOS"

p	$\bar{p}$
LV	LF
EV	EF
EF	EV
LF	LV

$\wedge$	LV	EV	EF	LF
LV	LV	EV	EF	LF
EV	EV	EV	EF	LF
EF	EF	EF	EF	LF
LF	LF	LF	LF	LF

$\vee$	LV	EV	EF	LF
LV	LV	LV	LV	LV
EV	LV	EV	EV	EV
EF	LV	EV	EF	EF
LF	LV	EV	EF	LF

→	LV	EV	EF	LF
LV	LV	EV	EF	LF
EV	LV	EV	EF	EF
EF	LV	EV	EV	EV
LF	LV	LV	LV	LV

↔	LV	EV	EF	LF
LV	LV	EV	EF	LF
EV	EV	EV	EF	EF
EF	EF	EF	EV	EV
LF	LF	EF	EV	LV

O próprio leitor poderá verificar, por uma simples inspeção visual, que as tabelas de conjunção e disjunção se comportam do mesmo modo que as correspondentes tabelas clássicas no que se refere às componentes V e F, e mais, que a relação clássica $(a \wedge b) = -(\bar{a} \vee \bar{b})$ é alí completamente preservada. Em suma, pode-se concluir que, em verdade, estamos diante da própria estrutura da lógica proposicional clássica. Tudo se passaria,pois , como se apenas tivessemos proporcionado uma difração dos valores clássicos, V em LV e EV, e F em EF e LF.
Conclui-se **pois** que apagada a distinção L/E, caímos na Lógica Clássica. O nosso passo seguinte será a introdução das modalidades através de definições; tomando-se por base os quatro valores estendidos acima,teríamos:

Necessidade $N =_d$ { LV }

Possibilidade $P =_d$ { LV, EV, EF }

Impossibilidade $I =_d$ { LF }

Contingência $C =_d$ { EV, EF, LF }

Com estas definições ficam caracterizadas as seguintes relações, que constituem como que a base intuitiva de todo sistema modal:

$$\vdash_{N} p \Rightarrow \vdash p$$

$$\vdash p \Rightarrow \vdash_{P} p$$

Isto é, a afirmação da Necessidade de p implica a veracidade de p; a veracidade de p garante a Possibilidade de p. A definição corrente da Possibilidade de p como não-Necessidade de $\bar{p}$ também fica assegurada, observado-se que a negação de um modo é o simples conjunto complementar ao conjunto de valores estendidos adjudicados ao modo objeto da negação.

Observe-se ainda que a Contingência aqui tem uma definição algo diferente daquela geralmente adotada pelas lógicas acadêmicas, que é $C^*(p) = P(p) \wedge P(\bar{p})$; vale dizer, a Contigência de p, define-se como conjunção da Possibilidade de p com a Possibilidade de não-p. Mais precisamente, no nosso caso C = {EV, EF, LF} enquanto que no da tradição C^* ={LV, EV, EF} ∩ {LF, EF, EV}= { EV, EF}, que importa na identificação C^*={EV,EF}. É perfeitamente indiferente que se use uma ou outra definição, desde que estejamos alertas quanto ao que estamos fazendo. Nossa preferência por C justifica-se pelo fato de que com ela preservamos a simetria dos modos, o que não ocorreria se trabalhassemos com C^*.

Para melhor compreensão da estrutura das modalidades remetemos o leitor à figura

DETERMINAÇÃO DOS MODOS

FIGURA

A determinação da negação do valor modalizado é feita apenas negando-se cada um dos valores estendidos que o compõe. Assim, por exemplo: $\bar{P} = -\{LV,EV,EF\} = \{-LV,-EV,-EF\} = \{LF,EF,EV\} = C$

Isto posto, estamos em condições de estabelecer as tabelas de valores, tanto para a negação, quanto para os conectivos lógicos referentes aos valores modalizados, que são N, V, P, C, F e I.

A construção das tabelas dos conectivos pode ser feita valendo-nos de um procedimento semelhante àquele que adotamos anteriormente para o caso dos valores estendidos LV, EV, etc. Assim, atribuimos pesos aos valores modalizados, que podem ser quaisquer, respeitada, entretanto, a regra:

$p(I) < p(F) < p(C) < p(P) < p(V) < p(N)$.

Também como anteriormente feito, a conjunção de x e y será x se $p(x) < p(y)$, ou y, se $p(x) \geq p(y)$. Por exemplo, $N \wedge C = C$ pois, consultando-se a tabela de pesos, se tem $p(C) < p(N)$. A disjunção será definida não em função do peso mínimo, mas do peso máximo. Assim, $P \vee F = P$, pois $p(P) > p(F)$. Os demais conectivos podem ser determinados pelas relações de definição clássicas. Apresentamos abaixo as tabelas da negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência para os valores modalizados:

TABELAS DE "VERDADE" PARA "VALORES MODALIZADOS"

p	$\bar{p}$
N	I
V	F
P	C
C	P
F	V
I	N

$\wedge$	N	V	P	C	F	I
N	N	V	P	C	F	I
V	V	V	P	C	F	I
P	P	P	P	C	F	I
C	C	C	C	C	F	I
F	F	F	F	F	F	I
I	I	I	I	I	I	I

$\vee$	N	V	P	C	F	I
N	N	N	N	N	N	N
V	N	V	V	V	V	V
P	N	V	P	P	P	P
C	N	V	P	C	C	C
F	N	V	P	C	F	F
I	N	V	P	C	F	I

→	N	V	P	C	F	I
N	N	V	P	C	F	I
V	N	V	P	C	F	F
P	N	V	P	C	C	C
C	N	V	P	P	P	P
F	N	V	V	V	V	V
I	N	N	N	N	N	N

↔	N	V	P	C	F	I
N	N	V	P	C	F	I
V	V	V	P	C	F	F
P	P	P	P	C	C	C
C	C	C	C	P	P	P
F	F	F	C	P	V	V
I	I	F	C	P	V	N

É fácil constatar que se impusermos uma relação de equivalência entre N, V, P, de um lado,e C, F, I de outro, todas as tabelas obedecerão aos axiomas da lógica clássica. Tudo se passa pois como se também aqui promovêssemos uma difração dos valores clássicos V e F. Teríamos para V,o próprio V , uma variante forte N,e uma variante fraca P. Do mesmo modo, para F teríamos o próprio F, uma variante forte I, e uma fraca C,com a condição implícita de que a variante fraca de V, isto é, P,se mantenha mais próxima da verdade do que a correspondente fraca de F, isto é, C, afim de que seja preservada a ordenação de pesos anteriormente estabelecida. Uma maneira alternativa de buscar uma interpretação é estabelecer uma correspondência , não entre tríades, mas entre pares: N, V → 1, P,C → 0 e F,I → -1. É facil verificar que este esquema de equivalências reduz a lógica dos valores modalizados à lógica de Kleene, que como defendemos em | |,é a própria Lógica Clássica em que o campo das proposições é estendido pela adjunção de sentenças, estas sempre com valor 0.

Estes comentários servem para alertarque, de certo modo, a introdução das modalidades aléticas obriga à superação da dualidade de valores clássicos V e F, embora, como no caso acima, trate-se tão só da multiplicação de valores por simples difração dos valores clássicos.

Em termos de sistema axiomático a proposta que estamos enfocando, implicaria na pura e simples preservação da axiomática clássica, apenas devendoseremalteradasas regras de dedução. Por exemplo, para o modus ponens, ao invéz de termos apenas

$$\frac{\vdash a \qquad \vdash a \rightarrow b}{\vdash b}$$

passaríamos a ter, por exemplo,

$$\frac{\vdash_N a \qquad \vdash_N a \rightarrow b}{\vdash_N b} \qquad\qquad \frac{\vdash_P a \qquad \vdash_P a \rightarrow b}{\vdash_P b}.$$

Restaria ainda examinar a necessidade e os limites de estruturas mistas, tais como:

$$\frac{\vdash_N a \qquad \vdash_P a \rightarrow b}{\vdash_P b}$$

mas isto, deixamos ao cuidado dos especialistas, com todo o respeito.

3. MODO COMO OPERAÇÃO.

Como já tivemos oportunidade de dizer, a totalidade dos profissionais da Lógica dão aos modos, os aléticos inclusive, o status formal de operador. É sob este enfoque que agora abordamos os modos aléticos.

Iniciamos com um sub-item dedicado aos sistemas modais que se propõem como uma extensão da Lógica Clássica, coisa que a nosso juízo, suscita sérias objeções. O segundo sub-item será dedicado a exposição de idéias gerais acerca de sistemas modais não-clássicos, mais objetivamente, a sistemas modais definidos como extensões das Lógicas da Diferença, tanto Para-Completa como Para-Consistente.

3.1 Perpectiva Tradicional

O moderno interesse pela Lógica Modal foi provocado pelo mal estar advindo do chamado "paradoxo da implicação" que, efetivamente não é um paradoxo, mas que de qualquer modo, não deixa de suscitar o aludido mal estar. O problema advém do uso da chamada implicação material, para a qual vale o teorema: qualquer proposição falsa implica qualquer proposição.

A introdução de uma "implicação" mais intuitiva, que veio a denominar-se "implicação estrita" leva obrigatoriamente à passagem da lógica proposicional à lógica proposicional modal.

Os trabalhos iniciais de fundamentação da Lógica Modal moderna são devidos a C.I. Lewis, a partir de 1912, na esteira dos Principia Mathematica publicado dois anos antes.

Lewis propõe uma sequência de cinco sistemas em ordem decrescente de generalidade, dos quais apresentamos abaixo apenas os axiomas e as definições que se referem a noções modais.

Sistema S_1

A_1 : $(p \,.\, q) \prec (q \,.\, p)$

A_2 : $(p \,.\, q) \prec p$

A_3 : $p \prec (p \,.\, p)$

A_4 : $((p \,.\, q) \,.\, r) \prec (p \,.\, (q \,.\, r))$

A_5 : $((p \prec q) \,.\, (q \prec r)) \prec (p \prec r)$

A_6 : $(p \,.\, (p \prec q)) \prec q$

com $(a \prec b) =_d - P(a \,.\, - b)$

$Na =_d - P - a$

Sistema $S_2 = S_1 +$

A_7 : $P(p \,.\, q) \prec Pp$

Sistema $S_3 = S_1 +$

A_8 : $(p \prec q) \prec (-Pq \prec -Pp)$

Sistema $S_4 = S_1 +$

A_9 : $Np \prec NNp$

Sistema $S_5 = S_1 +$

A_{10} : $Pp \prec NPp$

onde N : Necessidade

P : Possibilidade

$\rightarrow$: Implicação material

$\prec$: Implicação estrita

. : Conjunção

Em 1957 Lemmon | | mostrou que existe um sistema mais fraco que S_1, mas que ainda assim conserva as condições mínimas que a intuição estabelece para um sistema modal. Estas, que poderemos denominar "condições gerais mínimas de Lukasiewicz - Hughes - Cresswell", são as seguintes:

a) $Pp =_d - N - p$

b) $Np =_d - P - p$

c) $N(p \rightarrow q) =_d (p \prec q)$

d) $(p = q) =_d ((p \prec q).(q \prec p))$

e) $p \rightarrow Np$ não é um teorema

f) $N(p \rightarrow q) \rightarrow (Np \rightarrow Nq)$

Lemmon denominou o sistema mínimo obedecendo às condições acima de sistema $S_{0,5}$, cuja axiomatização, pode ser reduzida a apenas duas proposições:

A_0 : $Np \rightarrow p$

A_{00} : $N(p \rightarrow q) \rightarrow (Np \rightarrow Nq)$

e a regra suplementar de transformação:

Se X é uma fórmula bem formada do Cálculo Proposicional então $\vdash Nx$

Depois de Lewis o que de mais importante se produziu no âmbito das modalidades foi a introdução da semântica formal de Kripke, como uma generalização da semântica formal de Tarski.

Com a semântica kripkiana é possivel a construção de modelos em que cada proposição encontra o seu valor de verdade num conjunto W de mundos. Nestas circunstâncias, a validade em todos os mundos w, w ∈ W, irá caracterizar a Necessidade; a validade em pelomenos um dos mundos, a Possibilidade; e a não validade em quaisquer dos mundos, a Impossibilidade. Sem reinvidicarmos qualquer dose de rigor, diríamos que a semântica de Kripke faz da modalidade como que uma extensão quantificacional da Lógica Proposicional Clássica em sentido "vertical" ou semântico, enquanto que a Lógica de Predicado procede à mesma extensão quantificacional da Lógica Proposicional Clássica em sentido "horizontal" ou sintático.

Fato é que entre os mundos W pode-se estabelecer uma relação de acessibilidade, e esta relação genérica pode possuir parcial ou completamente as propriedades da equivalência. Deste modo é possível hierarquizar, ainda que parcialmente, os sistemas, conforme as relações de acessibilidade possuam este ou aquele sub-conjunto de propriedades que definem a equivalência. Esta ordenação não existia entre os sistemas de Lewis, o que levou à concepção de um novo conjunto hierárquico de Lógicas Modais, que dos sistemas de Lewis aproveita apenas os dois últimos, S4 e S5. Assim, na atualidade, o conjunto básico de Lógicas Modais é constituído pelos sistemas T, B (em homenagem a Brower), S4 e S5, que apresentamos aseguir, representados apenas pelos seus axiomas e pelas propriedades de que gozam as relações de acessibilidade vigentes entre os mundos que ensejam a contrução de seus respectivos modelos.

SISTEMAS MODAIS ALÉTICOS

R(x,y) REL. DE ACESSIBILIDADE onde x e y designam mundos possíveis.

Atendo-nos ainda ao campo das lógicas modais que se propõe como extensões da lógica proposicional clássica vale a pena citar um sistema não-standard denominado Ł-modal, devido à Lukasiewicz. Este sistema compreende apenas dois axiomas:

$$A_1 : \phi(p) \rightarrow (\phi(-p) \rightarrow \phi(q))$$

$$A_2 : \quad p \rightarrow P(p)$$

$$\text{com} \quad N(p) =_d -P-(p)$$

onde ϕ é uma "variável functorial", vale dizer, função de proposições, e P simboliza a Possibilidade. A Necessidade N é definida como habitualmente:

$$N = - P -$$

O interessante é que este sistema comporta tabelas de valores finitas com quatro valores, tanto para as operações monádicas, como para os conectivos lógicos, como abaixo se mostra:

p	V	F	P	N
1	1	4	1	2
2	2	3	1	2
3	3	2	3	4
4	4	1	3	4

→	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	1	3	3
3	1	2	1	2
4	1	1	1	1

Uma característica interessante é que ele possue apenas seis modalidades irredutíveis, aliás, as mesmas que ocorrem no sistema S_5 de Lewis. Infelizmente o sistema Ł-modal apresenta algumas características bastante estranhas, que limitam sua aceitabilidade, como é o caso dos teoremas:

$$(Pp.Pq) \rightarrow P(p.q)$$

$$Pp \rightarrow (P\bar{p} \rightarrow Pq)$$

$$\text{e} \quad (p \equiv q) \rightarrow (Pp \rightarrow Pq)$$

Após este ligeiro passeio pelas lógicas modais que supõem a lógica proposicional clássica, passemos aos sistemas não clássicos.

3.2. Perspectiva Não-Tradicional

É um fato bem conhecido que não se pode encontrar tabelas de verdade para os operadores monádicos modais - seja qual for a dimensão - para as lógicas modais de Lewis, assim como para os sistemas T e S.

No caso da dimensão dois isso é bastante evidente, como ilustra a tabela ao lado. Aí são possíveis apenas quatro operadores: a familiar operação de negação (F), de ratificação de valor de verdade (V), além das operações (A) e (u). Como A(p) implica qualquer proposição, denominamo-la "absolutização", e como u(p) é implicada por qualquer proposição, optamos por denominá-la "totalização". Não existe aí, pois, espaço ou variedade para representar as modalidades. Esta é a oportunidade para insistirmos que, de certo modo, a irrepresentabilidade das modalidades por tabelas de valores de verdade é uma quase evidência da incompatibilidade entre lógica Clássica e modalidade. A elaboração de modelos semânticos kripkianos só faz dissimular, ou melhor, deslocar o problema.

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. CLÁSSICA

p	A	V	u	F
1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	1

Para começar, não vamos diretamente à problemática das modalidades nas lógicas da diferença, que é seu verdadeiro espaço, mas passaremos por um pequeno desvio que, sem dúvida, é de grande valia pedagógica. Passaremos pela lógica de Kleene.

Em "As Lógicas da Diferença" mostramos que a lógica de Kleene, no fundo, melhor diríamos, no que tem de relevante, é a própria lógica clássica sobre um espaço de proposições e sentenças. A lógica clássica, vale para cada um dos sub-espaços, embora não para o seu conjunto. Assim, o valor +1(V) e -1(F) são os estados possíveis das proposições, o valor zero ficando reservado às sentenças enquanto tais, isto é, no estado de pré-definição do seu valor de verdade.

Esta ampliação, do espaço proposicional, embora um pouco artificio

sa, é suficiente para permitir a introdução dos operadores modais de modo consequente. Não será pois uma supresa verificarmos que na lógica de Kleene os operadores modais vão poder ser naturalmente representados por tabelas de verdade, da mesma maneira que o fazemos para a negação.

A rigor, é possível com os valores 1, 0 e -1 compor $3^3 = 27$ diferentes tabelas, o que nos obriga ao estabelecimento de um prévio e drástico critério de seleção. O critério que aqui propomos é:

a) Preservar as operações monádicas já definíveis a nível de bi-dimensionalidade. Como vimos anteriormente, estas operações são: negação (F), ratificação (V), absolutização (A) e totalização (u).

b) Introdução de apenas quatro novas operação para representar as modalidades tradicionais: neçessidade(N), impossibilidade(I), contingência(C) e possibilidade (P).

c) Estas operações serão tais que sejam preservadas as relações já tradicionais:

$$N(p) \longrightarrow p \quad , \quad p \longrightarrow P(p) \quad \text{e}$$
$$I(p) \longrightarrow F(p)$$

d) Que o conjunto das oito operações formem um conjunto fechado para a operação de multiplicação assim especificada:

$$(X.Y)(p) = X(Y(p))$$

Estes quatro critérios levam-nos, sem ambiguidade, a uma tabela de "valores de verdade" para o conjunto dos operadores modais, como, a seguir, tentaremos mostrar.

As operações clássicas A, V, F e u são transformadas em operações trivalentes homólogas de maneira bastante simples e intuitiva. "A" e "u" são obtidos apenas repetindo os valores únicos que as compõem originalmente. Se assim não fosse, elas deixariam de ser operações extremas, que implica ou é implicada por qualquer proposição. Os valores de V são obtidos repetindo, na ordem original, os valores possíveis para qualquer "proposição/sentença", caso contrário deixaria de se caracterizar como uma Ratificação. Por fim os valores de F são obtidos apenas intercalando-se o zero entre o falso (-1) e o verdadeiro (1) pela razão óbvia que a sentença tendo,por definição, um valor não-determinado, sua negação continuará a manter esta indeterminação.

A partir do mais inconteste dos "axiomas intuitivos" modais que estabelece que Np ⟶ p,ou ainda, Np ⟶ Vp,não fica outra alternativa para os valores da Necessidade (N) senão o fortalecimento de sua radicalidade pela substituição do zero de V por -1. Simetricamente, os valores da Possibilidade (P) serão os mesmos de V apenas enfraquecendo-se sua radicalidade mediante a substituição do valor zero em V por +1. O mesmo raciocínio se aplica de maneira antisimétrica à Negação (F) na geração dos valores para a radical Impossibilidade (I),e na des-radicalizada negação,que é a contingência (C). A tabela completa para os operadores monádicos na Lógica de Kleene, seria pois:

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. CLÀSSICA (KLEENE)

p	A	N	V	P	u	C	F	I	A
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	-1	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Por razões que mais adiante tornar-se-ão óbvias, alternativamente, designaremos a operação Contingência pelos signos F(p) e f(p), e a operação Impossibilidade pelos signos F(i) e f(i).

LOG. CLÁSSICA

FIGURA

Conhecendo-se as tabelas de valores de verdade para a Negação (F) e para a Implicação na lógica kleeniana, será mais ou menos imediata a estrutura de implicações que governa os oito operadores monádicos em questão. Estas tabelas são respectivamente;

p	$\bar{p}$
1	-1
0	0
-1	1

$\rightarrow$	1	0	-1
1	1	0	-1
0	1	0	0
-1	1	1	1

Como pode ser facilmente constatado na figura são alí preservadas as relações intuitivas que guiam toda e qualquer construção de sistemas modais, a saber:

Necessidade $\longrightarrow$ Verdade $\longrightarrow$ Possibilidade

Impossibilidade $\longrightarrow$ Falsidade

ESTRUTURA DOS MODOS

LÓGICA CLÁSSICA

FIGURA

Como se pode ainda constatar na mesma figura, A implica todos os demais operadores, enquanto que "u" é implicada por todos, sem excessão.

Há um interesse a que não se pode fugir quando consideramos os modos aléticos como operadores, que é, saber como se comportam as operações reiteradas ou o produto de operações monádicas.

Afim de evitar ambiguidades, define-se explicitamente o produto de duas operações X.Y sobre p como:

$$X.Y(p) = X\ (Y(p))$$

Um pouco de labor e boa dose de atenção, permite que rapidamente estabeleça-se a tabela completa de produtos de operação monádicas, que é a seguinte:

LÓGICA CLÁSSICA TRIVALENTE (KLEENE)

	A	N	V	P	u	C	F	I	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	A	N	N	P	u	C	I	I	A
V	A	N	V	P	u	C	F	I	A
P	A	N	P	P	u	C	C	I	A
u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
C	u	C	C	I	u	N	P	P	u
F	u	C	F	I	u	N	V	P	u
I	u	C	I	I	u	N	N	P	u
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Observe-se que a operação A está incluída duas vezes, e isto por uma razão meramente estética, que apenas visa explicitar a simetria das operações e produtos.

Após este trabalho preliminar, que se constituiu na introdução das modalidades, não diretamente na Lógica Clássica bivalente - o que de certa maneira seria uma inconsequência - mas mediatamente, na Lógica Trivalente de Kleene, interpretada esta como uma lógica de proposições (1,-1) e sentenças (0), poderemos passar propriamente à problemática das modalidades nas Lógicas da Diferença, que como já adiantamos é seu devido lugar.

O leitor atento terá percebido que entre os operadores modais da lógica kleeniana encontram-se já presentes os operadores de negação, tanto para-completa, quanto para-consistente. Eles são, respectivamente, o operador Impossibilidade (I) e Contingência (C). Repare-se que estes operadores situam-se imediatamente ao lado da negação (F), semelhantemente ao que ocorre com os operadores Necessidade (N) e Possibilidade (P) em relação à Ratificação (V). É,pois,como se constituíssem em versões fraca e forte da Negação e da Ratificação, respectivamente.

A Impossibilidade seria a versão forte da Negação,assim como a Contingência dela seria a versão fraca. As noções "forte" e "fraco" tomam aqui uma acepção mais qualitativa que quantitaviva. Elas conotam, de um lado, o imperativo, o lógico, o analítico, o a priori, o sintático, de outro lado, o facultativo, o empírico, o sintético, o a posteriori, o semântico. Deste modo, só muito indiretamente podem ser interpretados como probabilísticos. A propósito, a essência da diferença está precisamente aí: os graus de verdade probabilística são inteiramente compatíveis com a lógica clássica,como mostra o formalismo da Teoria das Probalilidades, enquanto que as noções modais só encontram seu pleno sentido no âmbito das Lógicas da Diferença. Voltando à questão da inclusão dos operadores de negação para-consistente e para-completa entre os operadores modádicos na Lógica de

Kleene, observamos que o fato permitirá a introdução das modalidades nas Lógicas da Diferença,sem a obrigatoriedade de inclusão de novos operadores, o que de si,é uma vantagem, mas que vai além: o fato também irá facilitar sobremaneira a compreensão intuitiva das modalidades nas Lógicas da Diferença, que terá então como referência a compreensão das modalidades na Lógica Clássica Trivalente de Kleene.

Comecemos pela Lógica da Diferença Para-Completa ou Intuicionista.

Como dissemos, conservaremos a mesma tabela fechada de operadores monádicos da Lógica de Kleene, na qual, entretanto, faremos a identificação do operador Impossibilidade (I) com a negação para-completa ou intuicionista - negação forte - simbolizada por F(i).

A consequência imediata é que nesta lógica irão confundir-se Impossibilidade e Negação, que por sua vez leva a identificação da Negação com a Negação da Possibilidade. Paralelamente, se dá aí a identificação da Ratificação (V) com a Necessidade (N).

Apresentamos abaixo a tabela completa dos operadores monádicos para a Lógica Para-completa:

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. **PARA-COMPLETA**

p	A	N	V	P	u	C	f	F(i)	A
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	-1	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Note-se, que a designação do anterior operador F foi substituída por f para evitar confusão, pois a verdadeira negação nesta lógica é F(i). A figura nos dá uma ilustração da relação entre estes operadores, deixando evidente a disjunção entre verdade e falsidade assinalado pelo zero, que é a característica essencial da Lógica Para-Completa.

LÓG. PARA-COMPLETA

N V P O C F(i)

FIGURA

O próprio leitor poderá comprovar que a estrutura intuitiva de relações de implicação entre os modos fica aí preservada, tomando-se o cuidado de usar as tabelas de negação e implicação específicas da Lógica Para-completa, que sabemos serem:

p	$\bar{p}$
1	-1
0	-1
-1	1

→	1	0	-1
1	1	-1	-1
0	1	1	1
-1	1	1	1

Isto feito, chegar-se-ia à seguinte estrutura implicativa das modalidades aléticas na Lógica Intuicionista:

LÓGICA PARA-COMPLETA

FIGURA

A comparação desta estrutura com aquela relativa à Lógica de Kleene evidencia que a diferença resume-se na identificação na Lógica Para-completa de N com V e F(i) com f (ou F). É óbvio que assim deveria ser, pois nesta última,o que se visa é a abertura para novas conquistas sistematizantes,o que só se pode dar com o enfraquecimento das necessidades e impossibilidades, que aí, de fato, ficam reduzidas a apenas verdades e falsidades, respectivamente.

Quanto à questão da reiteração das operações modais, não há a menor dificuldade. Mantemos aqui a definição anterior de produto de operações: X Y (p) = X(Y(p)). Com isso,podemos determinar a tabela completa dos produtos das operações modais na Lógica Para-completa;

LÓGICA PARA-COMPLETA

	A	N	V	P	u	C	f	F(i)	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	A	N	N	P	u	C	F(i)	F(i)	A
V	A	N	V	P	u	C	f	F(i)	A
P	A	N	P	P	u	C	C	F(i)	A
u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
C	u	C	C	F(i)	u	N	P	P	u
f	u	C	f	F(i)	u	N	V	P	u
F(i)	u	C	F(i)	F(i)	u	N	N	P	u
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Constata-se a inteira semelhança desta tabela com a correspondente tabela para a lógica kleeniana, a menos de substituição de I por F(i), e a substituição apenas convencional de F por f.

As diferenças mais notáveis são apenas as seguintes: enquanto que na Lógica de Kleene temos CP = I e NF = I, na Lógica Para-completa tem-se, respectivamente, CP = F(i) e Nf = F(i).

Passemos agora à Lógica Para-consistente ou do Paradoxo, que terá um tratamento em tudo semelhante, melhor diríamos, anti- simétrico,do que foi dado acima a Lógica Para-completa.

A tabela de operações monádicas da lógica de Kleene será apenas modificada pela substituição do operador Contingente (C) pela negação fraca ou Para-consistente, que designamos F(p).

Nestas circunstâncias, as identificações supervenientes serão, pois, f (que passa a designar o anterior F) com F(p) e a Ratificação(V) com a Possibilidade (P). A tabela de operadores monádicos, inclusive os modais, para a Lógica do Paradoxo seria:

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. PARA-CONSISTENTE

p	A	N	V	P	u	F(p)	f	I	A
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	-1	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Uma ilustração da relação entre os diferentes operadores monádicos nos é dada pela figura . É notória a superposição dos valores falso e verdadeiro, que bem sabemos é a característica essencial da Lógica Para-consistente. A região marcada com o valor zero assinala precisamente esta superposição que outra coisa não é que o valor paradoxal, verdadeiro e falso, ao mesmo tempo.

LÓG. PARA-CONSISTENTE

FIGURA

O que se evidencia aqui, é a diluição das variantes fracas, tanto da Negação, quanto da Ratificação, que é exatamente o que se poderia esperar das modalidades numa lógica do paradoxo, pois, é este enfraquecimento que apaga a rígida fronteira clássica entre o verdadeiro e o falso, e leva a sua interpenetração. Ocorre assim um fechamento de horizontes que não deixa outro caminho que a busca, em profundidade, de novas verdades.

Verificamos também aqui que a estrutura intuitiva de relações de implicação entre os modos fica totalmente preservada, à semelhança do que ocorreu com a Lógica Para-completa.

Mais uma vez, alertamos quanto ao uso de tabelas de negação e implicação próprias à lógica em questão, que são:

p	$\bar{p}$
1	-1
0	1
-1	1

→	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

Como resultado teríamos a seguinte estrutura implicativa das moda lidades aléticas na Lógica do paradoxo:

LÓGICA PARA-CONSISTENTE

Observa-se que esta estrutura é homóloga à estrutura corresponden te para a Lógica de Kleene, a menos da inter-implicação de V e P, e de f e F(p), este último tomando o lugar do Contingente na lógica kleeniana. Em síntese, são os "graus" fracos de verdade e falsida de que aqui se diluem permitindo a sobreposição dos valores falso e verdadeiro.

A questão das modalidades de modalidades, ou equivalentemente, do produto de operadores modais, é resolvido de maneira simples, como anteriormente, a partir da definição:

$$XY(p) = X(Y(p))$$

Com isto fica plenamente determinada a tabela dos produtos das mo dalidades na Lógica Para-consistente:

LÓGICA PARA-CONSISTENTE

	A	N	V	P	u	F(p)	f	I	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	A	N	N	P	u	F(p)	I	I	A
V	A	N	V	P	u	F(p)	f	I	A
P	A	N	P	P	u	F(p)	F(p)	I	A
u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
F(p)	u	F(p)	F(p)	I	u	N	P	P	u
f	u	F(p)	f	I	u	N	V	P	u
I	u	F(p)	I	I	u	N	N	P	u
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Fechando este item apresentamos a figura síntese de figuras antes mostradas que permite-nos ter uma visão de conjunto das estruturas das operações monádicas, inclusive dos operadores modais, na Lógica Clássica (Kleene) e nas Lógicas da Diferença, Para-completa e Para-consistente.

LOG. CLÁSSICA

LÓG. PARA-COMPLETA

LÓG. PARA-CONSISTENTE

FIGURA

A axiomatização das três lógicas que acabamos de ver pode ser feita de modo bastante simples. Vejamos.

Lógica Clássica (Kleene) Modal

Axiomas da Lógica de Kleene, acrescentando-se apenas quatro novos axiomas:

a) $Np \rightarrow p$
b) $p \rightarrow Pp$
c) $N(a \rightarrow b) \rightarrow (Na \rightarrow Nb)$
d) $(Pa \rightarrow Pb) \rightarrow P(a \rightarrow b)$.

Lógica Para-completa Modal

Axiomas da Lógica Para-completa, acrescentando-se apenas dois axiomas:

a) $Np \rightarrow p$
b) $N(a \rightarrow b) \rightarrow (Na \rightarrow Nb)$

e mais a definição

$Pp = F(i)N\bar{p}$ ou $-N\bar{p}$

Lógica Para-consistente Modal

Axiomas da Lógica Para-consistente, acrescentando-se apenas dois axioma:

a) $p \rightarrow Pp$
b) $(Pa \rightarrow Pb) \rightarrow P(a \rightarrow b)$

e mais a definição

$Np = F(p)P\bar{p}$ ou $-P\bar{p}$

Por uma questão tão somente de elegância (simetria) usamos um terceiro e quarto axioma na Lógica de Kleene. Entretanto ele poderia ser dispensado, devendo-se contudo acrescentar a definição:

$$Pp = FN\bar{p} \quad \text{ou} \quad -N\bar{p}$$

Neste ponto, torna-se oportuno um esclarecimento sobre a definição de Contingência por nós adotada. É bem sabido que dentre todos, este é o modo que suscita as maiores dificuldades de formalização tendo em conta a grande variança de significção em seu uso corrente. Nós o definimos como Não-Necessidade (C=-N), usando a negação própria de cada lógica. A definição mais encontradiça entre os cultores da lógica, entretanto, é bem outra: $C^* = P(p) \wedge P(\bar{p})$, isto é a Contingência de p é a conjunção das Possibilidades de p e da negação de p.

Vejamos o que ocorreria com C* nas três lógicas que vimos considerando. Na lógica de Kleene, teríamos:

C*	(p)	= P	(p)	∧	P	($\bar{p}$)	C	(p)
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1

Preliminarmente constatamos que C* difere de C apenas para p=-1, o que significa dizer que C* é uma negação mais radicalizada, mas não tão extrema quanto a Impossibilidade.

Constatamos ainda que a tabela de valores para C* não se encontra entre as operações já definidas, mas isto pouco prejudica na compreensão de seu significado. O fato de que apenas para p=0 temos C* = 1 está perfeitamente de acordo com a interpretação que demos à lógica kleeniana, na qual o valor zero está associado a sentenças e não a proposições, sentenças que como tal, não têm seu valor de verdade ainda definido. Porisso, podemos chamá-las contingentes em relação ao estado presente do universo de fórmulas bem formadas.

No caso da Lógica Para-completa, C* seria:

C*	(p)	= P	(p)		P	(p)
-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	0	1	0	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1

Vemos que nesta lógica C*=Λ. O mais interessante a observar, contudo, é que para p=0 tem-se C*=-1, o que, se bem atentarmos, é

o que deveríamos mesmo esperar. Aqui o valor zero representa a "proposição" nem falsa nem verdadeira, um estado excluindo radicalmente a possibilidade do outro. Nestas circunstâncias, a conjunção da possibilidade de p e $\bar{p}$ só poderia se constituir no mais absoluto nada. Daí, a coincidência de C* e A.

Na Lógica Para-consistente a tabela de valores de C* seria assim caracterizada:

C*	(p)	= P	(p)	∧	P	($\bar{p}$)
-1	1	1	1	-1	-1	-1
1	0	1	0	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1

Volta aqui a aparecer o padrão de distribuição de valores visto na Lógica de Kleene em que somente para p=0 temos C* = 1. Isto não deve surpreender-nos, pois, nesta lógica, o valor zero caracteriza precisamente o estado paradoxal.

Resumindo, diríamos que o uso da Contingência* no lugar de C não traria nenhum dificuldade, qualquer que fosse a lógica considerada dentre as três que estamos trabalhando; o inconveniente seria a quebra de simetria, e pior, o não fechamento do conjunto dos operadores monádicos, que só poderia ser consequentemente contornanda incorporando um conjunto de muitos outros modos formais que, entretanto, não teriam um correspondente no uso corrente da linguagem.

As Modalidades como Modos-de-Ser-Lógico

A referência que aqui fazemos a Lacan não é de modo algum um recurso apelativo, mas resulta da pura e simples auto-obrigação de franqueza. De fato, a idéia de uma nova concepção da natureza dos modos aléticos ocorreu-nos a partir da leitura de "Lacan et la philosophie" de Alain Juranville | | . Não de maneira direta, mas mediatizada, na medida em que o esquema a que vamos nos referir não é do próprio Lacan, como faz questão de registrar Juranville:

> "Ce schéma résulte d'un télescopage dont nous assumons la responsabilité entre le schéma appelé "schéma L", et celui que Lacan a proposé lors de sa dernière conférence sous le titre "Le savoir du psychanalyste".

Eis o esquema, levemente modificado para facilitar ulterior comparação:

MODOS ALÉTICOS EM LACAN

FIGURA

No esquema fica evidente a associação dos "matemas" às modalidades aléticas. Acontece que em trabalho nosso anterior denominado "A lógica

lacaniana", já havíamos demonstrado que os "matemas" lacanianos eram fórmulas da lógica da diferença usadas metaforicamente, no propósito de caracterizar cada uma das quatro lógicas de base. A $\exists x\ \bar{\Phi}(x)$ associa-se a Lógica Transcendental, a $\forall x\, \Phi(x)$ a Lógica Clássica, a $\bar{\exists} x\ \bar{\Phi}(x)$ a Lógica Dialética e, finalmente, a $\bar{\forall}\, x\ \Phi(x)$ a Lógica da Diferença. Remetemos o leitor ao referido trabalho para as justificativas de nossa tese. A combinação do esquema apresentado por Juranville e o nosso, fazendo a correspondência dos "matemas" às lógicas de base, é o passo final de nossa cadeia associativa. Vide figura

MODOS-DE-SER-LÓGICO

FIGURA

Chegamos assim a um resultado abertamente conflitante com a lógica tradicional: as modalidades não seriam modos operatórios , nem mesmo valores dentro de uma dada estrutura lógica, mas modos característicos de cada uma das lógicas de base, em suma, verdadeiros modos-de-ser-lógico. Até que ponto podemos justificar tal conclusão? É o que veremos a seguir. Comecemos pela Lógica Clássica.

A princípio poderia parecer que esta devesse constituir a lógica do Necessário e não do Possível como está especificado na figura acima.

Entretanto, devemos antes perguntar-nos que é a verdade num sistema lógico clássico? Creio que todos nós concordaríamos na resposta: é o demonstrável ou o ser-deduzido, em outras palavras, o que se mostra possível. Em virtude do princípio do terço-excluso o que não é demonstrável é falso, e portanto inexistente, o que nos faz concluir que, ante a lógica clássica, a verdade outra coisa não pode ser que o ser-demonstrado-possível. Em síntese, aí confundir-se-iam a verdade, o existente e o possível. Aqui, ser é ser-possível.

Basta refletirmos um pouco para convencermo-nos de que é precisamente o ser-possível que estabelece a linha de conexão entre Lógica Clássica, Matemática, Ciências Exatas, Tecnologia, Sistema Econômico (em sentido moderno). A Tecnologia, todos nós já o experenciamos, é precisamente a realização do possível enquanto tal.

A Lógica da Diferença, lógica do Inconsciente está aqui concebida como modo Contingente de ser-lógico, e isto é bem exato.

Que propõe Freud como estratégia para surpreender a fala (verdade) do Inconsciente? Não obviamente a simples observação ou a dedução, mas sim a "atenção flutuante". Só esta seria capaz de agarrar o que só se mostra, precisamente, onde menos se espera.

À Dialética associamos o Impossível. Efetivamente, na medida que objetivamente a História é a negação do Sistema, a Impossibilidade é a negação do Possível. A História é a praxis em direção à utopia, essencialmente, o impossível de realização, pela simples razão de que ela é o real onde pela "justiça do tempo" emergem e dissolvem-se todas as realizações. A propósito, vale aqui lembrar o velho adágio: "a Política é a arte do possível". Nada mais inverídico. Quem assim se manifesta é a voz do poder a reclamar de todos a completa submissão ao Sistema, como não poderia deixar de ser. A lógica do Político é a Dialética, e como tal, Política só é verdadeiramente Política, enquanto se faz arte do Impossível. Atenção! A Dialética é a lógica da Política e não do político enquanto pessoa. Este, assumindo-se puro dialético, torna-se sim um puro e simples oportunista, como aliás estamos fartos de assistir.

Com a identificação dos modos aos modos-de-ser-lógico, isto é, às próprias lógicas de base, emergem compulsivamente duas questões. A primeira seria:que sentido atribuir as expressões que resultam da reiteração de modalidades, por exemplo, necessidade da necessidade, impossibilidade da contingência e outras que tais? A segunda, que modalidade atribuir a $I/D/^2$, lógica-da-subjetividade-em-sua-integralidade?

Uma maneira natural de conceber a reiteração é tomá-la por uma operação de síntese. Assim, se partirmos das identificações:

N —— I   I —— I/D   S —— $I/D/^2$

C —— D   P —— $D/^2$

teríamos, por exemplo, para "necessidade da possibilidade" - expressa por N/P - a resultante $(I)/(D/^2) = I/D/^2$ que corresponde a S.

As operações de síntese são facilmente calculadas a partir das seguintes regras:

$$(I/D/^x)/(I/D/^y) = I/D/^{x+y}$$
$$(I/D/^x)/(D/^y) = (D/^y)/(I/D/^x) = I/D/^{x+y}$$
$$(D/^x)/(D/^y) = D/^{x+y}$$

Isto posto, pronto chegaríamos à tabela de síntese das modalidades, enquanto consideradas modos-de-ser-lógico:

/	N	C	I	P
N	N	I	I	S
C	I	P	S	
I	I	S	S	
P	S			

Os lugares deixados vagos, o foram pela óbvia razão de que produzem sínteses de nível superior a $I/D/^2$, portanto inacessíveis a qualquer sujeito humano.

Como podemos interpretar estas diferentes sínteses?

N/N = N	Não parece-nos suscitar qualquer dificuldade interpretar a Necessidade de Necessidade como a própria Necessidade
C/N = N/C = I	Se C e N são termos antitéticos, a Contingência definindo-se como a Não-necessidade, que outra coisa poderia resultar de sua síntese senão a pura e simples Impossibilidade? Se N é a lógica da Consciência ou Projeto e C a lógica do Inconsciente, sua síntese impossível espelha a lógica do "sujeito dividido", que é todo ser-humano concreto, conquanto condição de historicidade e significância
C/C = P	A Contingência da Contingência pode ser traduzida por Não-necessidade da Contingência, desconsideração ou despreso pelo paradoxal e pelo intuitivo, em suma, uma entrega submissa às Possibilidades calculáveis do Sistema

Seguem-se as sínteses em S, lógica do ser-subjetivo-em-sua-integralidade, que agrupamos conforme sua "sexualidade":

Sínteses Masculinas:

S=N/P Lógica da Subjetividade como Lógica da Necessidade do Possível. Não o simples pensar lógico formal, mas da afirmação de sua necessidade. Lógica da Razão, no sentido iluminista.

S=P/N Lógica da Subjetividade como Lógica da Possibilidade do Necessário, vale dizer, do Absoluto. Lógica da Fé.

Sínteses Femininas:

S=C/I Lógica da Subjetividade como Lógica da Contingência ou Não-necessidade do Impossível. Sempre será possível,não havendo, pois, porque desesperar. Lógica da Esperança.

S=I/C Lógica da Subjetividade como Lógica da Impossibilidade do Contingente ou Não-necessário. Por fim, tudo estará no seu devido lugar, como em seu fragmento clama Anaximandro. Lógica da Justiça.

Finalizando, temos a síntese S = I/I, que não pode ser, como as anteriores, propriamente enquadrada nas diagonais "sexuais", em que pese o fato de I constituir-se numa lógica feminina:

S=I/I Lógica da Subjetividade como Lógica da Impossibilidade do Impossível. Toda luta tem o seu valor. Lógica da Liberdade, não da originária liberdade sartreana, mas da Liberdade Histórica concreta.

Em síntese, a Lógica da Subjetividade-em-sua-integralidade (S), além de ser a Lógica síntese da Consciência (I), do Inconsciente (D), da História (I/D) e do Sistema ($D/^2$) é também, pela síntese parcial de seus elementos diagonais masculino e feminino, a Lógica da RAZÃO, da FÉ, da ESPERANÇA, da JUSTIÇA e da LIBERDADE HISTÓRICA. Como nomear tão complexa "modalidade"?! Deixamos a resposta à conta da criatividade do leitor.

BIBLIOGRAFIA

FORBES, Graeme - The metaphysics of modality . Clarendon Press. Oxford.. 1986.

HUGHES, G.E & CRESSWELL - An Introduction to modal logic Methuem and Co, London 1972

JURANVILLE, Alain - Lacan et la philosophie - PUF. Paris . 1984

LACAN, J. - Le savoir du psychanalyste - Paris - 1972

LUKASIEWICZ, J. - Selected Works - North Holland Pu. Amsterdam - 1970

SAMPAIO, L.S.C. de As Lógicas da Diferença. Ed. EMBRATEL - Rio, 1982.

SCABIA, M.L.D.C. Lógica - Barcelona - 1976

VON WRIGHT,G.H. - Ensayo de lógica modal - Buenos Aires - 1970

PEQUENO ENSAIO SOBRE AS MODALIDADES ALÉTICAS.

L. S. C. de Sampaio

Rio - OUT - 1987

Porque eu amo infinitamente o finito,
Porque eu desejo impossivelmente o possível,
Porque quero tudo, ou um pouco mais, se puder ser,
Ou até se não puder ser...

Fernando Pessoa - Poesias de Álvaro de Campos

não se trata aqui de bons e maus modos, nem de modo maior ou menor, modo grego ou eclesiástico; nem mesmo haverá tempo para os deônticos e epistêmicos; contentem-se, no presente, com os modos aléticos: necessário, possível, impossível e o inter-dito contingente.

O propósito inicial deste pequeno ensaio restringia-se a tentar levantar a discussão em torno das noções modais aléticas - ne-
cessidade, possibilidade, etc. - conforme elas aparecem na obra de Juranville, comentador de Lacan. A originalidade do enfoque que este dá às modalidades, está em aberta oposição ao tratamen-
to tradicional ou acadêmico, o que plenamente justifica nossa curiosidade. Este ensaio pode ser considerado um prolongamento de nossos trabalhos anteriores que visavam melhor esclarecer o que vem a ser este ainda estranho território chamado lógica la-
caniana ou lógica do significante. Este propósito originário foi preservado, e constituiu o assunto do item 4 deste ensaio, a que demos o título **Modo como modo-de-ser-lógico.** Entrementes, uma série de antigas idéias sobre modalidades se assanharam, e fomos interiormente compelidos a, de alguma forma, pô-las no pa-
pel, pois quem sabe, que outra oportunidade haveria? Foi assim que o ensaio, sem pretender a profundidade, ainda menos a exten-
são, acabou tomando a forma em que ora o apresentamos. Aos não especialistas a leitura dos itens 1, 2 e 3, quanto mais não se-
ja, servirá a familiarizá-los com a esfera das lógicas modais aléticas, o que, sem-dúvida, os deixará melhor armados para com-
preender e até formar uma visão crítica, sobre o que se irá dis-
cutir no item final, que já o dissemos, constitui o principal móvel deste trabalho.

ÍNDICE:

1. Natureza das Modalidades

As lógicas modais resultam do esforço pelo estabelecimento de normas de rigor para o uso de noções como "possibilidade", "necessidade", "contingência", etc.

A qualificação "alética" visa distinguí-la de outras concepções modais ditas temporais, deônticas, epistêmicas, etc.

Hoje, o esforço de rigor tornou-se sinônimo de rigor formal, não só em relação à lógica modal, como em relação à lógica em geral. Assim, a primeira decisão formalizante recai sobre a própria natureza formal que se deve atribuir ao "modo", e a unanimidade dos lógicos opta pela sua identificação a operadores.

Isto querdizer que se M é um modo, e p uma proposição, que pode ser verdadeira ou falsa, então Mp é uma proposição que pode igualmente tomar os valores verdadeiro ou falso. Exemplificando: se N = "é uma necessidade que" e p = "Pedro é brasileiro" pode-se formar a proposição Np = "é uma necessidade que Pedro seja brasileiro". A alteração de "é" para "seja" resulta apenas de um imperativo gramatical sem mexer propriamente no sentido de p.

Além disso, a quase totalidade dos sistemas lógico-modais se apresenta como uma extensão dos sistemas lógicos proposicional e de predicados clássicos. Isto quer dizer que os axiomas de um Cálculo Lógico Modal são formados pela adjunção de uns poucos axiomas especificamente modais (por exemplo $Np \longrightarrow p$: necessidade de p implica p) a um dos conjuntos de axiomas clássicos.

Seriam estas as únicas alternativas? Parece-nos que não.

Em muitos usos das noções modais, o sentido implícito ou intuitivo não é propriamente de operador,mas de valor. Assim, por exemplo, dizer que "p é necessário" pode estar a indicar que p é verdadeiro num grau absoluto ou imperativo, isto é, que p é verdadeiro em grau superlativo. De maneira semelhante, dizendo-se que "p é possível" es-

tamos muitas vezes indicando nossa convicção na não falsidade de p, mas que não temos ainda completa certeza de sua veracidade. Neste caso a possibilidade expressaria um grau inferior da verdade, mas certamente superior ao falso.

Como é isto possível? Uma das maneiras de concebê-lo é admitir que existem dois modos de determinação da verdade de uma sentença: um, pela via lógica ou demonstrativa, outro, pela via empírica. Nesta concepção, o "necessário" significaria o verdadeiro por demonstração ou logicamente verdadeiro, e o "possível", o não-logicamente-falso, vale dizer, o logicamente verdadeiro ou o só empiricamente determinável. Primariamente, pois, as modalidades aí apareceriam como "valores de verdade" estendidos e não como operadores tal como geralmente se concebe. Nestas condições, os modos não figurariam nos axiomas mas apenas nas regras de dedução, qualificando as demonstrações. Exemplificando, no caso da regra do "modus ponens", teríamos: Se p é verdade necessária e se p $\longrightarrow$ q é também verdade necessária, então, pode-se afirmar que q é verdadeiro de modo necessário.

Dissemos acima que primariamente os modos poderiam ser concebidos como valores; a expressão "primariamente" foi alí intencionalmente usada para indicar que, em nível secundário, isto é, metalinguístico, eles podem vir a ser considerados como operadores modais.

Mas não é tudo. Juranville comentando Lacan deixam-nos entrever uma terceira opção. Este autor não faz uma identificação explícita de Lógicas e Modos, mas o faz entre "Matemas" e Modos. Aconte que nós, em "A Lógica 'Lacaniana'" procedemos à identificação dos "Matemas" às quatro lógicas de base, de tal sorte que, por óbvia transitividade, chegamos àquela identificação de Lógicas e Modos. Isto é absolutamente novo. Os modos não seriam aí nem valores generalizados, nem operações, mas sim modos-de-ser-lógico. Em princípio, pois, teríamos três maneiras alternativas de visar as modalidades: como valor, como operador e como modo-de-ser-lógico, tal como ilustra a figura .

LÓGICAS MODAIS ALÉTICAS

FIGURA

Ainda com respeito à concepção operatória não podemo-nos furtar a um sério reparo. Dissemos que a quase totalidade dos sistemas formalmente propostos constituem uma extensão da lógica clássica, tanto proposicional, quanto do predicado. Mas isto faz sentido? A nosso juízo, não. Parece-nos que de maneira implícita, mas não tanto, a essência da modalidade contém precisamente a negação do terço excluso, em especial, a "possibilidade" e a "contingência". A lógica modal entendida como extensão da lógica clássica, se nos afigura um certo contrasenso, que mesmo a semântica kripkiana não resolve, e apenas desloca. Assim, na figura antes mencionada, abrimos a concepção operatória em duas variantes: as tradicionais, que são as lógicas modais concebidas como extensões de lógica clássica e as não-tradicionais, que coerentemente, as concebem como extensões das lógicas da diferença para-completa e para-consistente.

2. MODO COMO VALOR

Uma atenta escuta da linguagem corrente não pode deixar dúvidas quanto a ambiguidade semântica no uso dos modos aléticos (necessidade, possibilidade, etc.). Embora a unanimidade dos autores acadêmicos os interprete como operadores (vale dizer, que a aplicação de um modo X a uma proposição p gera uma mova proposição Xp), nós acreditamos também na validade de uma interpretação em termos de valor. Assim, proposições do tipo "é necessário p" poderiam ser tomadas como assemelhadas a "é verdade P", o que sugere que, tanto "é necessário", quanto "é verdade", constituiriam manifestações de avaliações metalinguísticas. Na visão operatória está implícito que p e Xp pertencem a um único nível lingístico. No caso dos modos como valor, o entendimento seria que, ora o locutor se expressa na linguagem L, dizendo p, ora na metalinguagem ML, dizendo Xp. Desta maneira, X seria um operador em relação a ML, mas não em relação a L, na qual os modos teriam o mesmo papel que os valores V e F, o que, obviamente, implicaria numa multiplicação de valores.

É isso justificável? Pensamos que sim, que a própria noção de modalidade tráz em si a negação, em maior ou menor grau, do dualismo de valores.
Como, então, seria possível pensar esta multiplicação de valores? Nossa sugestão aqui, - não necessariamente a única alternativa - é que o "split" de valores se dê pela introdução de modos diferenciados de determinação dos valores de verdade. Vejamos.

Admitiremos duas maneiras essenciais de acesso à verdade, uma lógica (sintática, analítica, a priori, etc.), e outra empírica (semântica, sintética, a posteriri, etc.), e que designaremos, respectivamente, por L e E. Com os dois valores de verdade tradicionais verdadeiro (V) e falso (F) geramos, pois, quatro valores de verdade estendidos, tal como se vê a seguir:

	V	F
L	LV	LF
E	EV	EF

Dispondo agora destes quatro valores estendidos, podemos definir a tabela de negação correspondente. Faremos isso apenas negando a parte referente ao valor de verdade; por exmplo, se o valor de p é EF, então o valor de $\bar{p}$ será EV. A definição dos conectivos lógicos pode ser feita de maneira bem simples. Tomemos, para começar, a conjunção e a disjunção. Preliminarmente atribuimos pesos aos quatro valores estendidos, de forma que $p(LF) < p(EF) < p(EV) < p(LV)$; não importa o valor absoluto destes pesos. A conjunção ($\wedge$) e a disjunção ($\vee$) serão definidas respectivamente, pela determinação do mínimo e do máximo dos valores em jogo. Assim, para x e y, $x \wedge y$ será igual a x se $p(x) < p(y)$, ou será y no caso $p(x) \geq p(y)$. Na disjunção, $x \vee y$ será igual a x se $p(x) > p(y)$, ou y, no caso contrário.
As tabelas para os demais conectivos lógicos seriam estabelecidas conforme as definições clássicas. Por exemplo:

$a \rightarrow b = \bar{a} \vee b$, $a \leftrightarrow b = (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$, etc.

Apresentamos a seguir as tabelas para os conectivos lógicos mais usuais, a saber, conjunção, disjunção, implicação e equivalência, além da operação monádica de negação:

TABELAS DE "VERDADE" PARA "VALORES MODALIZADOS"

p	$\bar{p}$
LV	LF
EV	EF
EF	EV
LF	LV

$\wedge$	LV	EV	EF	LF
LV	LV	EV	EF	LF
EV	EV	EV	EF	LF
EF	EF	EF	EF	LF
LF	LF	LF	LF	LF

$\vee$	LV	EV	EF	LF
LV	LV	LV	LV	LV
EV	LV	EV	EV	EV
EF	LV	EV	EF	EF
LF	LV	EV	EF	LF

$\rightarrow$	LV	EV	EF	LF
LV	LV	EV	EF	LF
EV	LV	EV	EF	EF
EF	LV	EV	EV	EV
LF	LV	LV	LV	LV

$\leftrightarrow$	LV	EV	EF	LF
LV	LV	EV	EF	LF
EV	EV	EV	EF	EF
EF	EF	EF	EV	EV
LF	LF	EF	EV	LV

O próprio leitor poderá verificar, por uma simples inspeção visual, que as tabelas de conjunção e disjunção se comportam do mesmo modo que as correspondentes tabelas clássicas no que se refere às componentes V e F, e maiș, que a relação clássica ($a \wedge b$) $= -(\bar{a} \vee \bar{b})$ é alī completamente preservada. Em suma, pode-se concluir que, em verdade, estamos diante da própria estrutura da lógica proposicional clássica. Tudo se passaria,pois , como se apenas tivessemos proporcionado uma difração dos valores clássicos, V em LV e EV, e F em EF e LF.
Conclui-se **pois** que apagada a distinção L/E, caímos na Lógica Clássica. O nosso passo seguinte será a introdução das modalidades através de definições; tomando-se por base os quatro valores estendidos acima,teríamos:

Necessidade $N =_d$ { LV }

Possibilidade $P =_d$ { LV, EV, EF }

Impossibilidade $I =_d$ { LF }

Contingência $C =_d$ { EV, EF, LF }

Com estas definições ficam caracterizadas as seguintes relações, que constituem como que a base intuitiva de todo sistema modal:

$$\vdash_N p \Rightarrow \vdash p$$

$$\vdash p \Rightarrow \vdash_P p$$

Isto é, a afirmação da Necessidade de p implica a veracidade de p; a veracidade de p garante a Possibilidade de p. A definição corrente da Possibilidade de p como não-Necessidade de $\bar{p}$ também fica assegurada, observado-se que a negação de um modo é o simples conjunto complementar ao conjunto de valores estendidos adjudicados ao modo objeto da negação.

Observe-se ainda que a Contingência aqui tem uma definição algo diferente daquela geralmente adotada pelas lógicas acadêmicas, que é $C^*(p) = P(p) \wedge P(\bar{p})$; vale dizer, a Contigência de p, define-se como conjunção da Possibilidade de p com a Possibilidade de não-p. Mais precisamente, no nosso caso C = {EV, EF, LF} enquanto que no da tradição C^* = {LV, EV, EF} ∩ {LF, EF, EV} = {EV, EF}, que importa na identificação C^* = {EV, EF}. É perfeitamente indiferente que se use uma ou outra definição, desde que estejamos alertas quanto ao que estamos fazendo. Nossa preferência por C justifica-se pelo fato de que com ela preservamos a simetria dos modos, o que não ocorreria se trabalhassemos com C^*.

Para melhor compreensão da estrutura das modalidades remetemos o leitor à figura

DETERMINAÇÃO DOS MODOS

FIGURA

A determinação da negação do valor modalizado é feita apenas negando-se cada um dos valores estendidos que o compõe. Assim, por exemplo: $\bar{P}$= - { LV,EV,EF}= { -LV,-EV,-EF } ={LF,EF,EV}= C

Isto posto, estamos em condições de estabelecer as tabelas de valores, tanto para a negação, quanto para os conectivos lógicos referentes aos valores modalizados, que são N, V, P, C, F e I.

A construção das tabelas dos conectivos pode ser feita valendo-nos de um procedimento semelhante àquele que adotamos anteriormente para o caso dos valores estendidos LV, EV, etc. Assim, atribuimos pesos aos valores modalizados, que podem ser quaisquer, respeitada, entretanto, a regra:

$p(I) < p(F) < p(C) < p(P) < p(V) < p(N)$.

Também como anteriormente feito, a conjunção de x e y será x se $p(x) < p(y)$, ou y, se $p(x) \geqslant p(y)$. Por exemplo, $N \wedge C = C$ pois, consultando-se a tabela de pesos, se tem $p(C) < p(N)$. A disjunção será definida não em função do peso mínimo, mas do peso máximo. Assim, $P \vee F = P$, pois $p(P) > p(F)$. Os demais conectivos podem ser determinados pelas relações de definição clássicas. Apresentamos abaixo as tabelas da negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência para os valores modalizados:

TABELAS DE "VERDADE" PARA "VALORES MODALIZADOS"

p	$\bar{p}$
N	I
V	F
P	C
C	P
F	V
I	N

∧	N	V	P	C	F	I
N	N	V	P	C	F	I
V	V	V	P	C	F	I
P	P	P	P	C	F	I
C	C	C	C	C	F	I
F	F	F	F	F	F	I
I	I	I	I	I	I	I

∨	N	V	P	C	F	I
N	N	N	N	N	N	N
V	N	V	V	V	V	V
P	N	V	P	P	P	P
C	N	V	P	C	C	C
F	N	V	P	C	F	F
I	N	V	P	C	F	I

→	N	V	P	C	F	I
N	N	V	P	C	F	I
V	N	V	P	C	F	F
P	N	V	P	C	C	C
C	N	V	P	P	P	P
F	N	V	V	V	V	V
I	N	N	N	N	N	N

↔	N	V	P	C	F	I
N	N	V	P	C	F	I
V	V	V	P	C	F	F
P	P	P	P	C	C	C
C	C	C	C	P	P	P
F	F	F	C	P	V	V
I	I	F	C	P	V	N

É fácil constatar que se impusermos uma relação de equivalência entre N, V, P, de um lado,e C, F, I de outro, todas as tabelas obedecerão aos axiomas da lógica clássica. Tudo se passa pois como se também aqui promovêssemos uma difração dos valores clássicos V e F. Teríamos para V,o próprio V , uma variante forte N,e uma variante fraca P. Do mesmo modo, para F teríamos o próprio F, uma variante forte I, e uma fraca C,com a condição implícita de que a variante fraca de V, isto é, P,se mantenha mais próxima da verdade do que a correspondente fraca de F, isto é, C, afim de que seja preservada a ordenação de pesos anteriormente estabelecida. Uma maneira alternativa de buscar uma interpretação é estabelecer uma correspondência , não entre tríades, mas entre pares: N, V → 1, P,C → 0 e F,I → -1. É facil verificar que este esquema de equivalências reduz a lógica dos valores modalizados à lógica de Kleene, que como defendemos em [ ],é a própria Lógica Clássica em que o campo das proposições é estendido pela adjunção de sentenças, estas sempre com valor 0.

Estes comentários servem para alertarque, de certo modo, a introdução das modalidades aléticas obriga à superação da dualidade de valores clássicos V e F, embora, como no caso acima, trate-se tão só da multiplicação de valores por simples difração dos valores clássicos.

Em termos de sistema axiomático a proposta que estamos enfocando, implicaria na pura e simples preservação da axiomática clássica, apenas devendo serem alteradas as regras de dedução. Por exemplo, para o modus ponens, ao invéz de termos apenas

$$\begin{array}{l} \vdash a \\ \vdash a \to b \\ \hline \vdash b \end{array}$$

passaríamos a ter, por exemplo,

$$\begin{array}{l} \vdash_N a \\ \vdash_N a \to b \\ \hline \vdash_N b \end{array} \qquad \begin{array}{l} \vdash_P a \\ \vdash_P a \to b \\ \hline \vdash_P b \end{array}$$

Restaria ainda examinar a necessidade e os limites de estruturas mistas, tais como:

$$\begin{array}{l} \vdash_N a \\ \vdash_P a \to b \\ \hline \vdash_P b \end{array}$$

mas isto, deixamos ao cuidado dos especialistas, com todo o respeito.

3. MODO COMO OPERAÇÃO.

Como já tivemos oportunidade de dizer, a totalidade dos profissionais da Lógica dão aos modos, os aléticos inclusive, o status formal de operador. É sob este enfoque que agora abordamos os modos aléticos.

Iniciamos com um sub-item dedicado aos sistemas modais que se propõem como uma extensão da Lógica Clássica, coisa que a nosso juízo, suscita sérias objeções. O segundo sub-item será dedicado a exposição de idéias gerais acerca de sistemas modais não-clássicos, mais objetivamente, a sistemas modais definidos como extensões das Lógicas da Diferença, tanto Para-Completa como Para-Consistente.

3.1 Perpectiva Tradicional

O moderno interesse pela Lógica Modal foi provocado pelo mal estar advindo do chamado "paradoxo da implicação" que, efetivamente não é um paradoxo, mas que de qualquer modo, não deixa de suscitar o aludido mal estar. O problema advém do uso da chamada implicação material, para a qual vale o teorema: qualquer proposição falsa implica qualquer proposição.

A introdução de uma "implicação" mais intuitiva, que veio a denominar-se "implicação estrita" leva obrigatoriamente à passagem da lógica proposicional à lógica proposicional modal.

Os trabalhos iniciais de fundamentação da Lógica Modal moderna são devidos a C.I. Lewis, a partir de 1912, na esteira dos Principia Mathematica publicado dois anos antes.

Lewis propõe uma sequência de cinco sistemas em ordem decrescente de generalidade, dos quais apresentamos abaixo apenas os axiomas e as definições que se referem a noções modais.

Sistema S_1

A_1 : $(p \,.\, q) \dashv (q \,.\, p)$

A_2 : $(p \,.\, q) \dashv p$

A_3 : $p \dashv (p \,.\, p)$

A_4 : $((p \,.\, q) \,.\, r) \dashv (p \,.\, (q \,.\, r))$

A_5 : $((p \dashv q) \,.\, (q \dashv r)) \dashv (p \dashv r)$

A_6 : $(p \,.\, (p \dashv q)) \dashv q$

com $(a \dashv b) =_d - P(a. - b)$

$Na =_d - P - a$

Sistema $S_2 = S_1 +$

A_7 : $P(p \,.\, q) \dashv Pp$

Sistema $S_3 = S_1 +$

A_8 : $(p \dashv q) \dashv (-Pq \dashv -Pp)$

Sistema $S_4 = S_1 +$

A_9 : $Np \dashv NNp$

Sistema $S_5 = S_1 +$

A_{10} : $Pp \dashv NPp$

onde N : Necessidade

P : Possibilidade

$\rightarrow$: Implicação material

$\dashv$: Implicação estrita

. : Conjunção

Em 1957 Lemmon | | mostrou que existe um sistema mais fraco que S_1, mas que ainda assim conserva as condições mínimas que a intuição estabelece para um sistema modal. Estas, que poderemos denominar "condições gerais mínimas de Lukasiewicz - Hughes - Cresswell", são as seguintes:

a) $Pp =_d - N - p$

b) $Np =_d - P - p$

c) $N(p \rightarrow q) =_d (p \prec q)$

d) $(p = q) =_d ((p \prec q).(q \prec p))$

e) $p \rightarrow Np$ não é um teorema

f) $N(p \rightarrow q) \rightarrow (Np \rightarrow Nq)$

Lemmon denominou o sistema mínimo obedecendo às condições acima de sistema $S_{0,5}$, cuja axiomatização, pode ser reduzida a apenas duas proposições:

A_0 : $Np \rightarrow p$

A_{00} : $N(p \rightarrow q) \rightarrow (Np \rightarrow Nq)$

e a regra suplementar de transformação:

Se X é uma fórmula bem formada do Cálculo Proposicional então $\vdash Nx$

Depois de Lewis o que de mais importante se produziu no âmbito das modalidades foi a introdução da semântica formal de Kripke, como uma generalização da semântica formal de Tarski.

Com a semântica kripkiana é possivel a construção de modelos em que cada proposição encontra o seu valor de verdade num conjunto W de mundos. Nestas circunstâncias, a validade em todos os mundos w, w ∈ W, irá caracterizar a Necessidade; a validade em pelo menos um dos mundos, a Possibilidade; e a não validade em quaisquer dos mundos, a Impossibilidade. Sem reinvidicarmos qualquer dose de rigor, diríamos que a semântica de Kripke faz da modalidade como que uma extensão quantificacional da Lógica Proposicional Clássica em sentido "vertical" ou semântico, enquanto que a Lógica de Predicado procede à mesma extensão quantificacional da Lógica Proposicional Clássica em sentido "horizontal" ou sintático.

Fato é que entre os mundos W pode-se estabelecer uma relação de acessibilidade, e esta relação genérica pode possuir parcial ou completamente as propriedades da equivalência. Deste modo é possível hierarquizar, ainda que parcialmente, os sistemas, conforme as relações de acessibilidade possuam este ou aquele sub-conjunto de propriedades que definem a equivalência. Esta ordenação não existia entre os sistemas de Lewis, o que levou à concepção de um novo conjunto hierárquico de Lógicas Modais, que dos sistemas de Lewis aproveita apenas os dois últimos, S4 e S5. Assim, na atualidade, o conjunto básico de Lógicas Modais é constituído pelos sistemas T, B (em homenagem a Brower), S4 e S5, que apresentamos a seguir, representados apenas pelos seus axiomas e pelas propriedades de que gozam as relações de acessibilidade vigentes entre os mundos que ensejam a contrução de seus respectivos modelos.

SISTEMAS MODAIS ALÉTICOS

R(x,y) REL. DE ACESSIBILIDADE onde x e y designam mundos possíveis.

Atendo-nos ainda ao campo das lógicas modais que se propõe como extensões da lógica proposicional clássica vale a pena citar um sistema não-standard denominado Ł-modal, devido à Lukasiewicz. Este sistema compreende apenas dois axiomas:

$$A_1 : \phi(p) \rightarrow (\phi(-p) \rightarrow \phi(q))$$

$$A_2 : \quad p \rightarrow P(p)$$

com $\quad N(p) =_d -P -(p)$

onde ϕ é uma "variável functorial", vale dizer, função de proposições, e P simboliza a Possibilidade. A Necessidade N é definida como habitualmente:

$$N = - P -$$

O interessante é que este sistema comporta tabelas de valores finitas com quatro valores, tanto para as operações monádicas, como para os conectivos lógicos, como abaixo se mostra:

p	V	F	P	N
1	1	4	1	2
2	2	3	1	2
3	3	2	3	4
4	4	1	3	4

→	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	1	3	3
3	1	2	1	2
4	1	1	1	1

Uma característica interessante é que ele possue apenas seis modalidades irredutíveis, aliás, as mesmas que ocorrem no sistema S_5 de Lewis. Infelizmente o sistema Ł-modal apresenta algumas características bastante estranhas, que limitam sua aceitabilidade, como é o caso dos teoremas:

$$(Pp.Pq) \rightarrow P(p.q)$$

$$Pp \rightarrow (P\bar{p} \rightarrow Pq)$$

$$\text{e} \quad (p \equiv q) \rightarrow (Pp \rightarrow Pq)$$

Após este ligeiro passeio pelas lógicas modais que supõem a lógica proposicional clássica, passemos aos sistemas não clássicos.

3.2. Perspectiva Não-Tradicional

É um fato bem conhecido que não se pode encontrar tabelas de verdade para os operadores monádicos modais - seja qual for a dimensão - para as lógicas modais de Lewis, assim como para os sistemas T e S.

No caso da dimensão dois isso é bastante evidente, como ilustra a tabela ao lado. Aí são possíveis apenas quatro operadores: a familiar operação de negação (F), de ratificação de valor de verdade (V), além das operações (A) e (u). Como A(p) implica qualquer proposição, denominamo-la "absolutização", e como u(p) é implicada por qualquer proposição, optamos por denominá-la "totalização". Não existe aí, pois, espaço ou variedade para representar as modalidades. Esta é a oportunidade para insistirmos que, de certo modo, a irrepresentabilidade das modalidades por tabelas de valores de verdade é uma quase evidência da incompatibilidade entre lógica Clássica e modalidade. A elaboração de modelos semânticos kripkianos só faz dissimular, ou melhor, deslocar o problema.

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. CLÁSSICA

p	A	V	u	F
1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	1

Para começar, não vamos diretamente à problemática das modalidades nas lógicas da diferença, que é seu verdadeiro espaço, mas passaremos por um pequeno desvio que, sem dúvida, é de grande valia pedagógica. Passaremos pela lógica de Kleene.

Em "As Lógicas da Diferença" mostramos que a lógica de Kleene, no fundo, melhor diríamos, no que tem de relevante, é a própria lógica clássica sobre um espaço de proposições e sentenças. A lógica clássica, vale para cada um dos sub-espaços, embora não para o seu conjunto. Assim, o valor +1(V) e -1(F) são os estados possíveis das proposições, o valor zero ficando reservado às sentenças enquanto tais, isto é, no estado de pré-definição do seu valor de verdade.

Esta ampliação, do espaço proposicional, embora um pouco art

sa, é suficiente para permitir a introdução dos operadores modais de modo consequente. Não será pois uma supresa verificarmos que na lógica de Kleene os operadores modais vão poder ser naturalmente re-presentados por tabelas de verdade, da mesma maneira que o fazemos para a negação.

A rigor, é possível com os valores 1, 0 e -1 compor $3^3 = 27$ dife-rentes tabelas, o que nos obriga ao estabelecimento de um prévio e drástico critério de seleção. O critério que aqui propomos é:

a) Preservar as operações monádicas já definíveis a nível de bi-dimensionalidade. Como vimos anteriormente, estas opera-ções são: negação (F), ratificação (V), absolutização (A) e totalização (u).

b) Introdução de apenas quatro novas operação para representar as modalidades tradicionais: necessidade(N), impossibilida-de(I), contingência(C) e possibilidade (P).

c) Estas operações serão tais que sejam preservadas as relações já tradicionais:

$$N(p) \longrightarrow p \quad , \quad p \longrightarrow P(p) \quad e$$
$$I(p) \longrightarrow F(p)$$

d) Que o conjunto das oito operações formem um conjunto fecha-do para a operação de multiplicação assim especificada:

$$(X.Y)(p) = X(Y(p))$$

Estes quatro critérios levam-nos, sem ambiguidade, a uma tabela de "valores de verdade" para o conjunto dos operadores modais, como, a seguir, tentaremos mostrar.

As operações clássicas A, V, F e u são transformadas em operações trivalentes homólogas de maneira bastante simples e intuitiva. "A" e "u" são obtidos apenas repetindo os valores únicos que as compõem originalmente. Se assim não fosse, elas deixariam de ser operações extremas, que implica ou é implicada por qualquer proposição. Os valores de V são obtidos repetindo, na ordem original, os valores possíveis para qualquer "proposição/sentença", caso contrário deixaria de se caracterizar como uma Ratificação. Por fim os valores de F são obtidos apenas intercalando-se o zero entre o falso (-1) e o verdadeiro (1) pela razão óbvia que a sentença tendo, por definição, um valor não-determinado, sua negação continuará a manter esta indeterminação.

A partir do mais inconteste dos "axiomas intuitivos" modais que estabelece que $Np \longrightarrow p$, ou ainda, $Np \longrightarrow Vp$, não fica outra alternativa para os valores da Necessidade (N) senão o fortalecimento de sua radicalidade pela substituição do zero de V por -1. Simetricamente, os valores da Possibilidade (P) serão os mesmos de V apenas enfraquecendo-se sua radicalidade mediante a substituição do valor zero em V por +1. O mesmo raciocínio se aplica de maneira antisimétrica à Negação (F) na geração dos valores para a radical Impossibilidade (I), e na des-radicalizada negação, que é a contingência (C). A tabela completa para os operadores monádicos na Lógica de Kleene, seria pois:

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. CLÁSSICA (KLEENE)

p	A	N	V	P	u	C	F	I	A
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	-1	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Por razões que mais adiante tornar-se-ão óbvias, alternativamente, designaremos a operação Contingência pelos signos F(p) e f(p), e a operação Impossibilidade pelos signos F(i) e f(i).

LOG. CLÁSSICA

FIGURA

Conhecendo-se as tabelas de valores de verdade para a Negação (F) e para a Implicação na lógica kleeniana, será mais ou menos imediata a estrutura de implicações que governa os oito operadores monádicos em questão. Estas tabelas são respectivamente;

p	$\bar{p}$
1	-1
0	0
-1	1

→	1	0	-1
1	1	0	-1
0	1	0	0
-1	1	1	1

Como pode ser facilmente constatado na figura são alí preservadas as relações intuitivas que guiam toda e qualquer construção de sistemas modais, a saber:

Necessidade ⟶ Verdade ⟶ Possibilidade

Impossibilidade ⟶ Falsidade

ESTRUTURA DOS MODOS

LÓGICA CLÁSSICA

FIGURA

Como se pode ainda constatar na mesma figura, A implica todos os demais operadores, enquanto que "u" é implicada por todos, sem excessão.

Há um interesse a que não se pode fugir quando consideramos os modos aléticos como operadores, que é, saber como se comportam as operações reiteradas ou o produto de operações monádicas.

Afim de evitar ambiguidades, define-se explicitamente o produto de duas operações X.Y sobre p como:

$$X.Y(p) = X\ (Y(p))$$

Um pouco de labor e boa dose de atenção, permite que rapidamente estabeleça-se a tabela completa de produtos de operação monádicas, que é a seguinte:

LÓGICA CLÁSSICA TRIVALENTE (KLEENE)

	A	N	V	P	u	C	F	I	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	A	N	N	P	u	C	I	I	A
V	A	N	V	P	u	C	F	I	A
P	A	N	P	P	u	C	C	I	A
u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
C	u	C	C	I	u	N	P	P	u
F	u	C	F	I	u	N	V	P	u
I	u	C	I	I	u	N	N	P	u
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Observe-se que a operação A está incluída duas vezes, e isto por uma razão meramente estética, que apenas visa explicitar a simetria das operações e produtos.

Após este trabalho preliminar, que se constituiu na introdução das modalidades, não diretamente na Lógica Clássica bivalente - o que de certa maneira seria uma inconsequência - mas mediatamente, na Lógica Trivalente de Kleene, interpretada esta como uma lógica de proposições (1,-1) e sentenças (0), poderemos passar propriamente à problemática das modalidades nas Lógicas da Diferença, que como já adiantamos é seu devido lugar.

O leitor atento terá percebido que entre os operadores modais da lógica kleeniana encontram-se já presentes os operadores de negação, tanto para-completa, quanto para-consistente. Eles são, respectivamente, o operador Impossibilidade (I) e Contingência (C). Repare-se que estes operadores situam-se imediatamente ao lado da negação (F), semelhantemente ao que ocorre com os operadores Necessidade (N) e Possibilidade (P) em relação à Ratificação (V). É,pois,como se constituíssem em versões fraca e forte da Negação e da Ratificação, respectivamente.

A Impossibilidade seria a versão forte da Negação,assim como a Contingência dela seria a versão fraca. As noções "forte" e "fraco" tomam aqui uma acepção mais qualitativa que quantitaviva. Elas conotam, de um lado, o imperativo, o lógico, o analítico, o a priori, o sintático, de outro lado, o facultativo, o empírico, o sintético, o a posteriori, o semântico. Deste modo, só muito indiretamente podem ser interpretados como probabilísticos. A propósito, a essência da diferença está precisamente aí: os graus de verdade probabilística são inteiramente compatíveis com a lógica clássica,como mostra o formalismo da Teoria das Probalilidades, enquanto que as noções modais só encontram seu pleno sentido no âmbito das Lógicas da Diferença. Voltando à questão da inclusão dos operadores de negação para-consistente e para-completa entre os operadores modádicos na Lógica de

Kleene, observamos que o fato permitirá a introdução das modalidades nas Lógicas da Diferença, sem a obrigatoriedade de inclusão de novos operadores, o que de si, é uma vantagem, mas que vai além: o fato também irá facilitar sobremaneira a compreensão intuitiva das modalidades nas Lógicas da Diferença, que terá então como referência a compreensão das modalidades na Lógica Clássica Trivalente de Kleene.

Comecemos pela Lógica da Diferença Para-Completa ou Intuicionista.

Como dissemos, conservaremos a mesma tabela fechada de operadores monádicos da Lógica de Kleene, na qual, entretanto, faremos a identificação do operador Impossibilidade (I) com a negação para-completa ou intuicionista - negação forte - simbolizada por F(i).

A consequência imediata é que nesta lógica irão confundir-se Impossibilidade e Negação, que por sua vez leva a identificação da Negação com a Negação da Possibilidade. Paralelamente, se dá aí a identificação da Ratificação (V) com a Necessidade (N).

Apresentamos abaixo a tabela completa dos operadores monádicos para a Lógica Para-completa:

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. **PARA-COMPLETA**

p	A	N	V	P	u	C	f	F(i)	A
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	-1	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Note-se, que a designação do anterior operador F foi substituída por f para evitar confusão, pois a verdadeira negação nesta lógica é F(i). A figura nos dá uma ilustração da relação entre estes operadores, deixando evidente a disjunção entre verdade e falsidade assinalado pelo zero, que é a característica essencial da Lógica Para-Completa.

LÓG. PARA-COMPLETA

FIGURA

O próprio leitor poderá comprovar que a estrutura intuitiva de relações de implicação entre os modos fica aí preservada, tomando-se o cuidado de usar as tabelas de negação e implicação específicas da Lógica Para-completa, que sabemos serem:

p	$\bar{p}$
1	-1
0	-1
-1	1

$\rightarrow$	1	0	-1
1	1	-1	-1
0	1	1	1
-1	1	1	1

Isto feito, chegar-se-ia à seguinte estrutura implicativa das modalidades aléticas na Lógica Intuicionista:

LÓGICA PARA-COMPLETA

FIGURA

A comparação desta estrutura com aquela relativa à Lógica de Kleene evidencia que a diferença resume-se na identificação na Lógica Para-completa de N com V e F(i) com f (ou F). É óbvio que assim deveria ser, pois nesta última, o que se visa é a abertura para novas conquistas sistematizantes, o que só se pode dar com o enfraquecimento das necessidades e impossibilidades, que aí, de fato, ficam reduzidas a apenas verdades e falsidades, respectivamente.

Quanto à questão da reiteração das operações modais, não há a menor dificuldade. Mantemos aqui a definição anterior de produto de operações: $X\,Y\,(p) = X(Y(p))$. Com isso, podemos determinar a tabela completa dos produtos das operações modais na Lógica Para-completa;

LÓGICA PARA-COMPLETA

	A	N	V	P	u	C	f	F(i)	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	A	N	N	P	u	C	F(i)	F(i)	A
V	A	N	V	P	u	C	f	F(i)	A
P	A	N	P	P	u	C	C	F(i)	A
u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
C	u	C	C	F(i)	u	N	P	P	u
f	u	C	f	F(i)	u	N	V	P	u
F(i)	u	C	F(i)	F(i)	u	N	N	P	u
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Constata-se a inteira semelhança desta tabela com a correspondente tabela para a lógica kleeniana, a menos de substituição de I por F(i), e a substituição apenas convencional de F por f.

As diferenças mais notáveis são apenas as seguintes: enquanto que na Lógica de Kleene temos CP = I e NF = I, na Lógica Para-completa tem-se, respectivamente, CP = F(i) e Nf = F(i).

Passemos agora à Lógica Para-consistente ou do Paradoxo, que terá um tratamento em tudo semelhante, melhor diríamos, anti- simétrico, do que foi dado acima a Lógica Para-completa.

A tabela de operações monádicas da lógica de Kleene será apenas modificada pela substituição do operador Contingente (C) pela negação fraca ou Para-consistente, que designamos F(p).

Nestas circunstâncias, as identificações supervenientes serão , pois, f (que passa a designar o anterior F) com F(p) e a Ratificação(V) com a Possibilidade (P). A tabela de operadores monádicos, inclusive os modais, para a Lógica do Paradoxo seria:

OPERADORES MONÁDICOS P/ A LÓG. PARA-CONSISTENTE

p	A	N	V	P	u	F(p)	f	I	A
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
0	-1	-1	0	1	1	1	0	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1

Uma ilustração da relação entre os diferentes operadores monádicos nos é dada pela figura . É notória a superposição dos valores falso e verdadeiro, que bem sabemos é a característica essencial da Lógica Para-consistente. A região marcada com o valor zero assinala precisamente esta superposição que outra coisa não é que o valor paradoxal, verdadeiro e falso, ao mesmo tempo.

LÓG. PARA-CONSISTENTE

FIGURA

O que se evidencia aqui, é a diluição das variantes fracas, tanto da Negação, quanto da Ratificação, que é exatamente o que se poderia esperar das modalidades numa lógica do paradoxo, pois, é este enfraquecimento que apaga a rígida fronteira clássica entre o verdadeiro e o falso, e leva a sua interpenetração. Ocorre assim um fechamento de horizontes que não deixa outro caminho que a busca, em profundidade, de novas verdades.

Verificamos também aqui que a estrutura intuitiva de relações de implicação entre os modos fica totalmente preservada, a semelhança do que ocorreu com a Lógica Para-completa.

Mais uma vez, alertamos quanto ao uso de tabelas de negação e implicação próprias à lógica em questão, que são:

p	$\bar{p}$
1	-1
0	1
-1	1

$\rightarrow$	1	0	-1
1	1	1	-1
0	1	1	-1
-1	1	1	1

Como resultado teríamos a seguinte estrutura implicativa das modalidades aléticas na Lógica do paradoxo:

LÓGICA PARA-CONSISTENTE

Observa-se que esta estrutura é homóloga à estrutura correspondente para a Lógica de Kleene, a menos da inter-implicação de V e P, e de f e F(p), este último tomando o lugar do Contingente na lógica kleeniana. Em síntese, são os "graus" fracos de verdade e falsidade que aqui se diluem permitindo a sobreposição dos valores falso e verdadeiro.

A questão das modalidades de modalidades, ou equivalentemente, do produto de operadores modais, é resolvido de maneira simples, como anteriormente, a partir da definição:

$$XY'(p) = X(Y(p))$$

Com isto fica plenamente determinada a tabela dos produtos das modalidades na Lógica Para-consistente:

LÓGICA PARA-CONSISTENTE

	A	N	V	P	u	F(p)	f	I	A
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
N	A	N	N	P	u	F(p)	I	I	A
V	A	N	V	P	u	F(p)	f	I	A
P	A	N	P	P	u	F(p)	F(p)	I	A
u	u	u	u	u	u	u	u	u	u
F(p)	u	F(p)	F(p)	I	u	N	P	P	u
f	u	F(p)	f	I	u	N	V	P	u
I	u	F(p)	I	I	u	N	N	P	u
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Fechando este item apresentamos a figura síntese de figuras antes mostradas que permite-nos ter uma visão de conjunto das estruturas das operações monádicas, inclusive dos operadores modais, na Lógica Clássica (Kleene) e nas Lógicas da Diferença, Para-completa e Para-consistente.

LOG. CLÁSSICA

LÓG. PARA-COMPLETA

LÓG. PARA-CONSISTENTE

FIGURA

A axiomatização das três lógicas que acabamos de ver pode ser feita de modo bastante simples. Vejamos.

Lógica Clássica (Kleene) Modal

Axiomas da Lógica de Kleene, acrescentando-se apenas quatro novos axiomas:

a) $Np \rightarrow p$
b) $p \rightarrow Pp$
c) $N(a \rightarrow b) \rightarrow (Na \rightarrow Nb)$
d) $(Pa \rightarrow Pb) \rightarrow P(a \rightarrow b)$.

Lógica Para-completa Modal

Axiomas da Lógica Para-completa, acrescentando-se apenas dois axiomas:

a) $Np \rightarrow p$
b) $N(a \rightarrow b) \rightarrow (Na \rightarrow Nb)$

e mais a definição

$Pp = F(i)N\bar{p}$ ou $-N\bar{p}$

Lógica Para-consistente Modal

Axiomas da Lógica Para-consistente, acrescentando-se apenas dois axioma:

a) $p \rightarrow Pp$
b) $(Pa \rightarrow Pb) \rightarrow P(a \rightarrow b)$

e mais a definição

$Np = F(p)P\bar{p}$ ou $-P\bar{p}$

Por uma questão tão somente de elegância (simetria) usamos um terceiro e quarto axioma na Lógica de Kleene. Entretanto ele poderia ser dispensado, devendo-se contudo acrescentar a definição:

$$Pp = FN\bar{p} \quad \text{ou} \quad -N\bar{p}$$

Neste ponto, torna-se oportuno um esclarecimento sobre a definição de Contingência por nós adotada. É bem sabido que dentre todos, este é o modo que suscita as maiores dificuldades de formalização tendo em conta a grande variança de significção em seu uso corrente. Nós o definimos como Não-Necessidade (C=-N), usando a negação própria de cada lógica. A definição mais encontradiça entre os cultores da lógica, entretanto, é bem outra: $C^* = P(p) \wedge P(\bar{p})$, isto é a Contingência de p é a conjunção das Possibilidades de p e da negação de p.

Vejamos o que ocorreria com C* nas três lógicas que vimos considerando. Na lógica de Kleene, teríamos:

C*	(p)	= P	(p)	∧	P	($\bar{p}$)	C	(p)
-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	0	1	0	1	1	0	1	0
-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1

Preliminarmente constatamos que C* difere de C apenas para p=-1, o que significa dizer que C* é uma negação mais radicalizada, mas não tão extrema quanto a Impossibilidade.

Constatamos ainda que a tabela de valores para C* não se encontra entre as operações já definidas, mas isto pouco prejudica na compreensão de seu significado. O fato de que apenas para p=0 temos C* = 1 está perfeitamente de acordo com a interpretação que demos à lógica kleeniana, na qual o valor zero está associado a sentenças e não a proposições, sentenças que como tal, não têm seu valor de verdade ainda definido. Porisso, podemos chamá-las contingentes em relação ao estado presente do universo de fórmulas bem formadas.

No caso da Lógica Para-completa, C* seria:

C*	(p)	= P	(p)		P	(p)
-1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	0	1	0	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	1	1

Vemos que nesta lógica C*=A. O mais interessante a observar, contudo, é que para p=0 tem-se C*=-1, o que, se bem atentarmos, é

o que deveríamos mesmo esperar. Aqui o valor zero representa a "proposição" nem falsa nem verdadeira, um estado excluindo radicalmente a possibilidade do outro. Nestas circunstâncias,a conjunção da possibilidade de p e $\bar{p}$ só poderia se constituir no mais absoluto nada. Daí, a coincidência de C* e A.

Na Lógica Para-consistente a tabela de valores de C* seria assim caracterizada:

C*	(p)	= P	(p)	∧	P	($\bar{p}$)
-1	1		1	1	-1	-1	-1
1	0		1	0	1	1	1
-1	-1		-1	-1	-1	1	1

Volta aqui a aparecer o padrão de distribuição de valores visto na Lógica de Kleene em que somente para p=O temos C* = 1. Isto não deve surpreender-nos,pois,nesta lógica,o valor zero caracteriza precisamente o estado paradoxal.

Resumindo, diríamos que o uso da Contingência* no lugar de C não traria nenhum dificuldade, qualquer que fosse a lógica considerada dentre as três que estamos trabalhando; o inconveniente seria a quebra de simetria,e pior, o não fechamento do conjunto dos operadores monádicos, que só poderia ser consequentemente contornanda incorporando um conjunto de muitos outros modos formais que, entretanto, não teriam um correspondente no uso corrente da linguagem.

As Modalidades como Modos-de-Ser-Lógico

A referência que aqui fazemos a Lacan não é de modo algum um recurso apelativo, mas resulta da pura e simples auto-obrigação de franqueza. De fato, a idéia de uma nova concepção da natureza dos modos aléticos ocorreu-nos a partir da leitura de "Lacan et la philosophie" de Alain Juranville | |. Não de maneira direta, mas mediatizada, na medida em que o esquema a que vamos nos referir não é do próprio Lacan, como faz questão de registrar Juranville:

> "Ce schéma résulte d'un télescopage dont nous assumons la responsabilité entre le schéma appelé "schéma L", et celui que Lacan a proposé lors de sa dernière conférence sous le titre "Le savoir du psychanalyste".

Eis o esquema, levemente modificado para facilitar ulterior comparação:

MODOS ALÉTICOS EM LACAN

FIGURA

No esquema fica evidente a associação dos "matemas" às modalidades aléticas. Acontece que em trabalho nosso anterior denominado "A lógica

lacaniana", já havíamos demonstrado que os "matemas" lacanianos eram fórmulas da lógica da diferença usadas metaforicamente, no propósito de caracterizar cada uma das quatro lógicas de base. A $\exists x\ \overline{\phi}(x)$ associa-se a Lógica Transcendental, a $\forall x\, \phi(x)$ a Lógica Clássica, a $\overline{\exists} x\ \overline{\phi}(x)$ a Lógica Dialética e, finalmente, a $\overline{\forall}\, x\ \phi(x)$ a Lógica da Diferença. Remetemos o leitor ao referido trabalho para as justificativas de nossa tese. A combinação do esquema apresentado por Juranville e o nosso, fazendo a correspondência dos "matemas" às lógicas de base, é o passo final de nossa cadeia associativa. Vide figura

MODOS-DE-SER-LÓGICO

FIGURA

Chegamos assim a um resultado abertamente conflitante com a lógica tradicional: as modalidades não seriam modos operatórios , nem mesmo valores dentro de uma dada estrutura lógica, mas modos característicos de cada uma das lógicas de base, em suma, verdadeiros modos-de-ser-lógico. Até que ponto podemos justificar tal conclusão? É o que veremos a seguir. Comecemos pela Lógica Clássica.

A princípio poderia parecer que esta devesse constituir a lógica do Necessário e não do Possível como está especificado na figura acima.

Entretanto, devemos antes perguntar-nos que é a verdade num sistema lógico clássico? Creio que todos nós concordaríamos na resposta: é o demonstrável ou o ser-deduzido, em outras palavras, o que se mostra possível. Em virtude do princípio do terço-excluso o que não é demonstrável é falso, e portanto inexistente, o que nos faz concluir que, ante a lógica clássica, a verdade outra coisa não pode ser que o ser-demonstrado-possível. Em síntese, aí confundir-se-iam a verdade, o existente e o possível. Aqui, ser é ser-possível.

Basta refletirmos um pouco para convencermo-nos de que é precisamente o ser-possível que estabelece a linha de conexão entre Lógica Clássica, Matemática, Ciências Exatas, Tecnologia, Sistema Econômico (em sentido moderno). A Tecnologia, todos nós já o experenciamos, é precisamente a realização do possível enquanto tal.

A Lógica da Diferença, lógica do Inconsciente está aqui concebida como modo Contingente de ser-lógico, e isto é bem exato.

Que propõe Freud como estratégia para surpreender a fala (verdade) do Inconsciente? Não obviamente a simples observação ou a dedução, mas sim a "atenção flutuante". Só esta seria capaz de agarrar o que só se mostra, precisamente, onde menos se espera.

À Dialética associamos o Impossível. Efetivamente, na medida que objetivamente a História é a negação do Sistema, a Impossibilidade é a negação do Possível. A História é a praxis em direção à utopia, essencialmente, o impossível de realização, pela simples razão de que ela é o real onde pela "justiça do tempo" emergem e dissolvem-se todas as realizações. A propósito, vale aqui lembrar o velho adágio: "a Política é a arte do possível". Nada mais inverídico. Quem assim se manifesta é a voz do poder a reclamar de todos a completa submissão ao Sistema, como não poderia deixar de ser. A lógica do Político é a Dialética, e como tal, Política só é verdadeiramente Política, enquanto se faz arte do Impossível. Atenção! A Dialética é a lógica da Política e não do político enquanto pessoa. Este, assumindo-se puro dialético, torna-se sim um puro e simples oportunista, como aliás estamos fartos de assistir.

Com a identificação dos modos aos modos-de-ser-lógico, isto é, às próprias lógicas de base, emergem compulsivamente duas questões. A primeira seria:que sentido atribuir as expressões que resultam da reiteração de modalidades, por exemplo, necessidade da necessidade, impossibilidade da contingência e outras que tais? A segunda, que modalidade atribuir a $I/D/^2$, lógica-da-subjetividade-em-sua-integralidade?

Uma maneira natural de conceber a reiteração é tomá-la por uma operação de síntese. Assim, se partirmos das identificações:

N —— I   I —— I/D   S —— $I/D/^2$

C —— D   P —— $D/^2$

teríamos, por exemplo, para "necessidade da possibilidade" - expressa por N/P - a resultante $(I)/(D/^2) = I/D/^2$ que corresponde a S.

As operações de síntese são facilmente calculadas a partir das seguintes regras:

$$(I/D/^x)/(I/D/^y) = I/D/^{x+y}$$
$$(I/D/^x)/(D/^y) = (D/^y)/(I/D/^x) = I/D/^{x+y}$$
$$(D/^x)/(D/^y) = D/^{x+y}$$

Isto posto, pronto chegaríamos à tabela de síntese das modalidades, enquanto consideradas modos-de-ser-lógico:

/	N	C	I	P
N	N	I	I	S
C	I	P	S	
I	I	S	S	
P	S			

Os lugares deixados vagos, o foram pela óbvia razão de que produzem sínteses de nível superior a $I/D/^2$, portanto inacessíveis a qualquer sujeito humano.

Como podemos interpretar estas diferentes sínteses?

N/N = N — Não parece-nos suscitar qualquer dificuldade interpretar a Necessidade de Necessidade como a própria Necessidade

C/N = N/C = I — Se C e N são termos antitéticos, a Contingência definindo-se como a Não-necessidade, que outra coisa poderia resultar de sua síntese senão a pura e simples Impossibilidade? Se N é a lógica da Consciência ou Projeto e C a lógica do Inconsciente, sua síntese impossível espelha a lógica do "sujeito dividido", que é todo ser-humano concreto, conquanto condição de historicidade e significância

C/C = P — A Contingência da Contingência pode ser traduzida por Não-necessidade da Contingência, desconsideração ou despreso pelo paradoxal e pelo intuitivo, em suma, uma entrega submissa às Possibilidades calculáveis do Sistema

Seguem-se as sínteses em S, lógica do ser-subjetivo-em-sua-integralidade, que agrupamos conforme sua "sexualidade":

Sínteses Masculinas:

S=N/P — Lógica da Subjetividade como Lógica da Necessidade do Possível. Não o simples pensar lógico formal, mas da afirmação de sua necessidade. Lógica da Razão, no sentido iluminista.

S=P/N Lógica da Subjetividade como Lógica da Possibilidade do Necessário, vale dizer, do Absoluto. Lógica da Fé.

Sínteses Femininas:

S=C/I Lógica da Subjetividade como Lógica da Contingência ou Não-necessidade do Impossível. Sempre será possível, não havendo, pois, porque desesperar. Lógica da Esperança.

S=I/C Lógica da Subjetividade como Lógica da Impossibilidade do Contingente ou Não-necessário. Por fim, tudo estará no seu devido lugar, como em seu fragmento clama Anaximandro. Lógica da Justiça.

Finalizando, temos a síntese S = I/I, que não pode ser, como as anteriores, propriamente enquadrada nas diagonais "sexuais", em que pese o fato de I constituir-se numa lógica feminina:

S=I/I Lógica da Subjetividade como Lógica da Impossibilidade do Impossível. Toda luta tem o seu valor. Lógica da Liberdade, não da originária liberdade sartreana, mas da Liberdade Histórica concreta.

Em síntese, a Lógica da Subjetividade-em-sua-integralidade (S), além de ser a Lógica síntese da Consciência (I), do Inconsciente (D), da História (I/D) e do Sistema ($D/^2$) é também, pela síntese parcial de seus elementos diagonais masculino e feminino, a Lógica da RAZÃO, da FÉ, da ESPERANÇA, da JUSTIÇA e da LIBERDADE HISTÓRICA. Como nomear tão complexa "modalidade"?! Deixamos a resposta à conta da criatividade do leitor.

BIBLIOGRAFIA

FORBES, Graeme - The metaphysics of modality . Clarendon Press. Oxford.. 1986.

HUGHES, G.E & CRESSWELL - An Introduction to modal logic Methuem and Co, London 1972

JURANVILLE, Alain - Lacan et la philosophie - PUF. Paris . 1984

LACAN, J. - Le savoir du psychanalyste - Paris - 1972

LUKASIEWICZ, J. - Selected Works - North Holland Pu. Amsterdam - 1970

SAMPAIO, L.S.C. de As Lógicas da Diferença. Ed. EMBRATEL - Rio, 1982.

SCABIA, M.L.D.C. Lógica - Barcelona - 1976

VON WRIGHT,G.H. - Ensayo de lógica modal - Buenos Aires - 1970